

Cours : Cohérence

Ecole de Cristallographie et Grands Equipements



Vincent JACQUES

Laboratoire de Physique des Solides, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay

vincent.jacques@universite-paris-saclay.fr

16 octobre 2020 – Synchrotron SOLEIL

Cohérence

Plan du cours

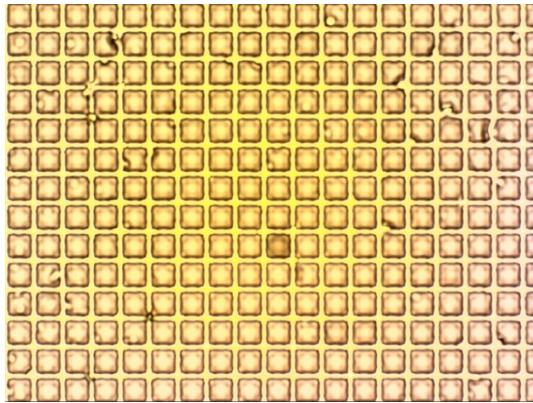
- Réflexions autour de la cohérence... du visible aux X
- Générer et utiliser la cohérence X - du point source au détecteur
- Utilisation des rayons X cohérents aujourd'hui en matière condensée
- Nouvelles opportunités offertes par les sources de dernière génération

Une source cohérente standard: le laser visible

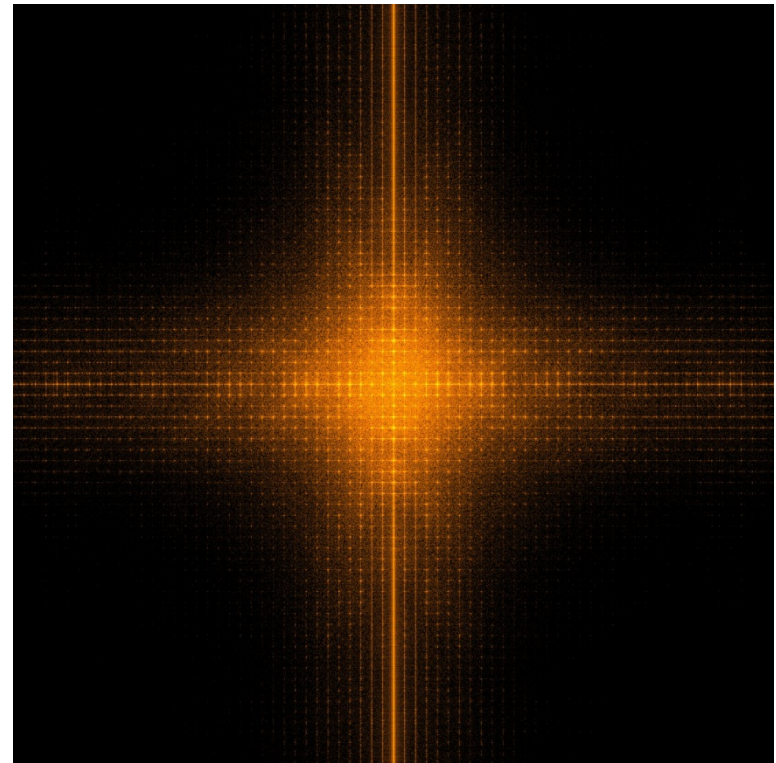
$\lambda = 530\text{nm}$ Quelle taille typique d'objet a peut-on faire diffracter?

Diffraction d'une grille par un faisceau laser?

Grille vue au microscope



Transformée de Fourier



✓ OK

Diffraktion d'un cheveu par un faisceau laser?

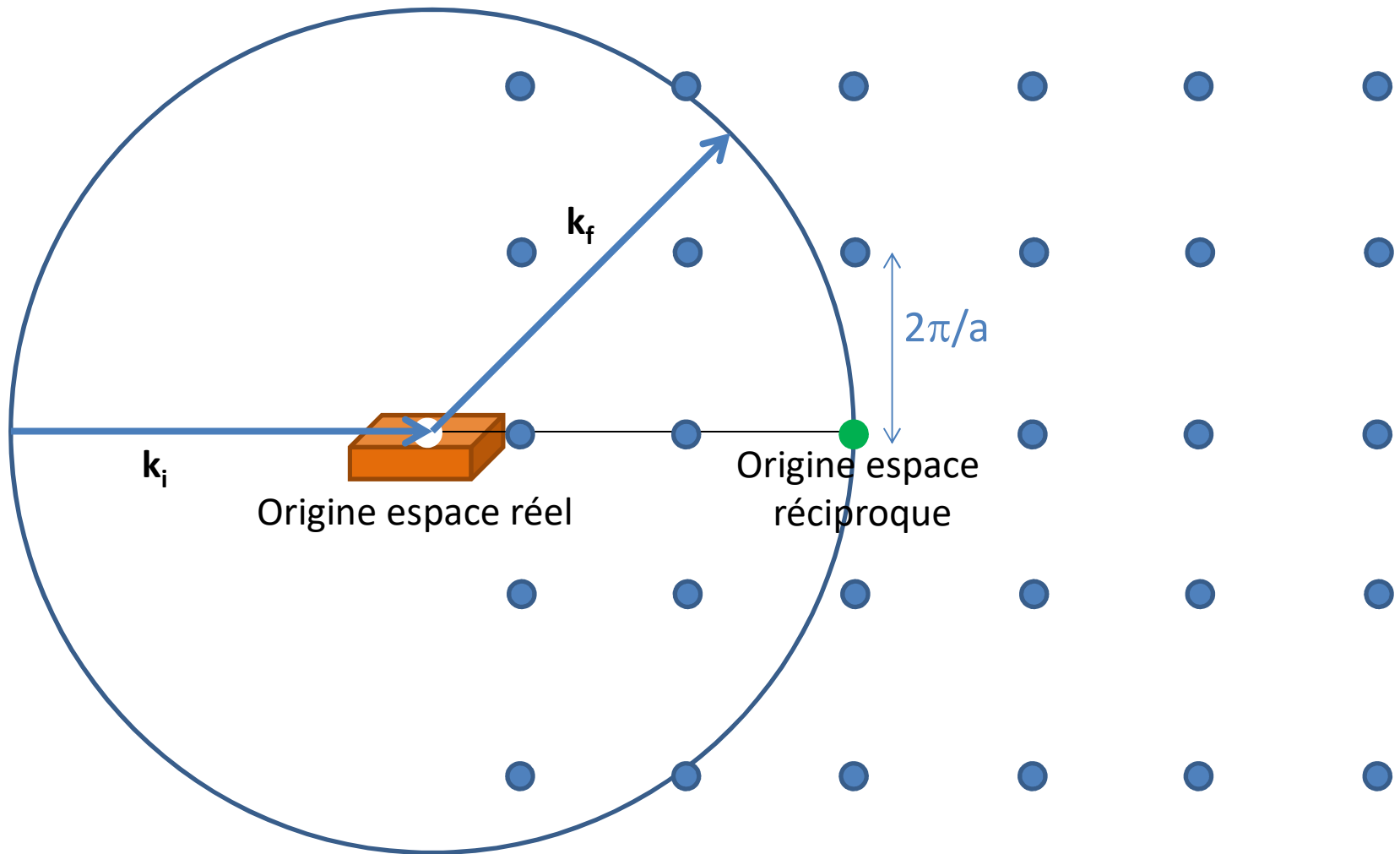
$a \sim 100 \mu\text{m} \dots$

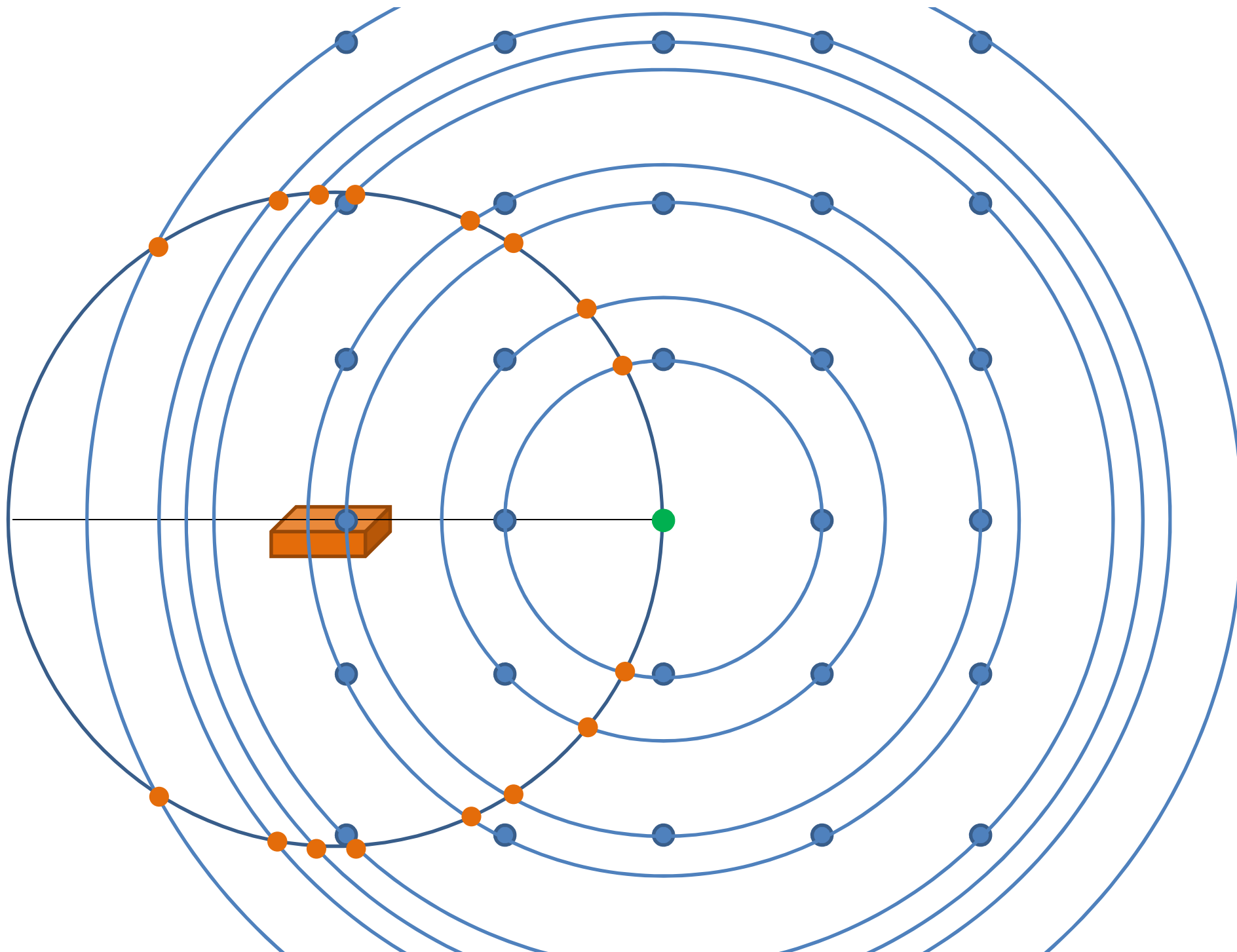
✓ OK

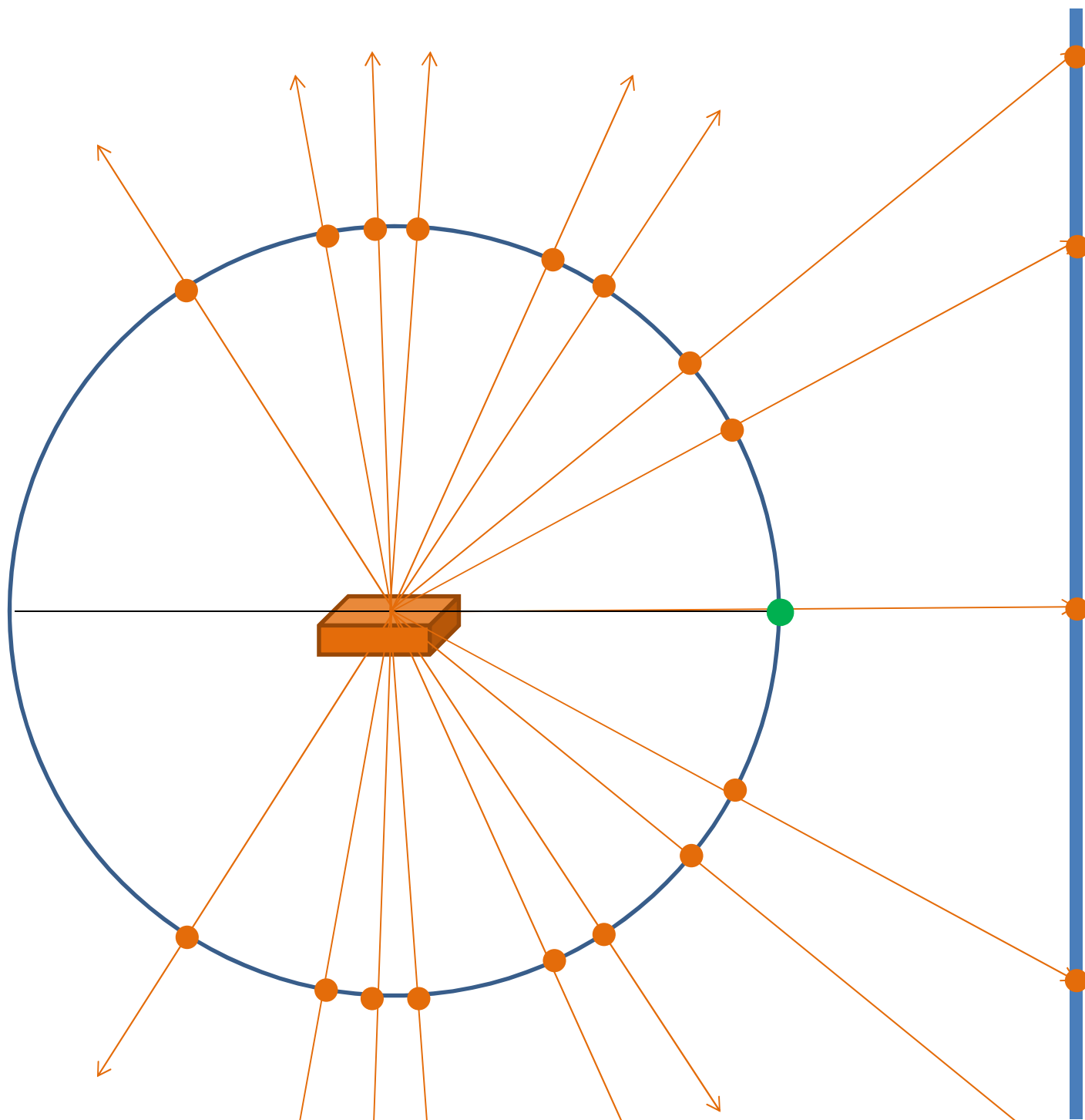
Suite à ces observations, un certain nombre de points doivent être clarifiés...

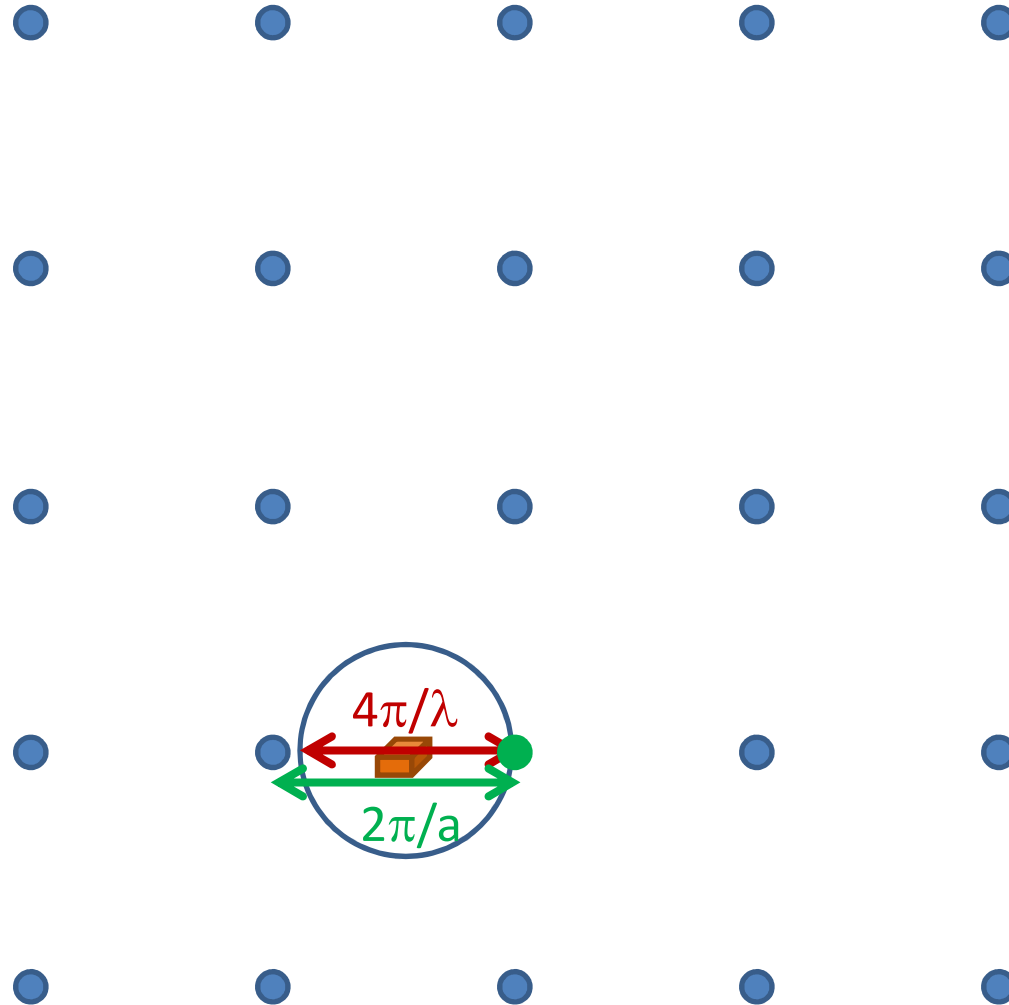
- Quelle est la condition sur λ et a pour observer une figure de diffraction?
- Quelles sont les propriétés du laser qui font qu'on peut faire diffracter ces objets?
- Est-ce que ces mêmes expériences fonctionneraient avec des rayons X?
- Qu'est-ce que la cohérence?
- Comment générer des rayons X cohérents en pratique?
- A quoi pourrait nous servir un faisceau X cohérent en matière condensée?

Que peut-on apprendre avec la construction d'Ewald?









Pour observer la diffraction d'un faisceau de longueur d'onde λ par un cristal de paramètre a il faut donc:

$$\frac{2\pi}{a} < \frac{4\pi}{\lambda}$$

Condition de diffraction:

$$\lambda < 2a$$

~~$$\lambda \sim a$$~~

Quelle longueur
doit-on comparer
à a ??

Générer et utiliser la cohérence X - du point source au détecteur

- Réflexions autour de la cohérence... du visible aux X
- Générer et utiliser la cohérence X - du point source au détecteur
 - Définition de la cohérence d'un faisceau: le volume et le degré de cohérence
 - Emergence naturelle de la cohérence : générer des RX cohérents à partir de sources incohérentes
 - Mesurer la cohérence en X: objet diffractant et détection champs proche / lointain
- Utilisation des rayons X cohérents aujourd'hui en matière condensée
- Nouvelles opportunités offertes par les sources de dernière génération

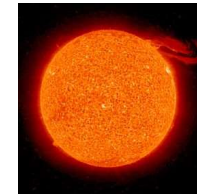
Expérience de base pour étudier un objet: l'éclairer

Matériel nécessaire: Une source, un objet, un détecteur

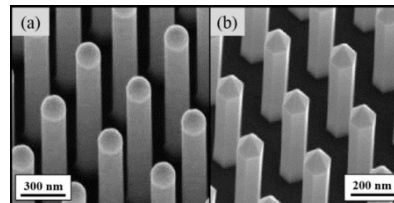


Comment introduire la cohérence dans cette expérience??

- Travailler sur la source?



- Utiliser un objet adéquat?



- Se placer dans des conditions d'observations particulières/ utiliser un détecteur spécial?

D'où vient la cohérence d'un faisceau ?

Qu'est-ce qui limite la validité de la sommation des amplitudes lumineuses?

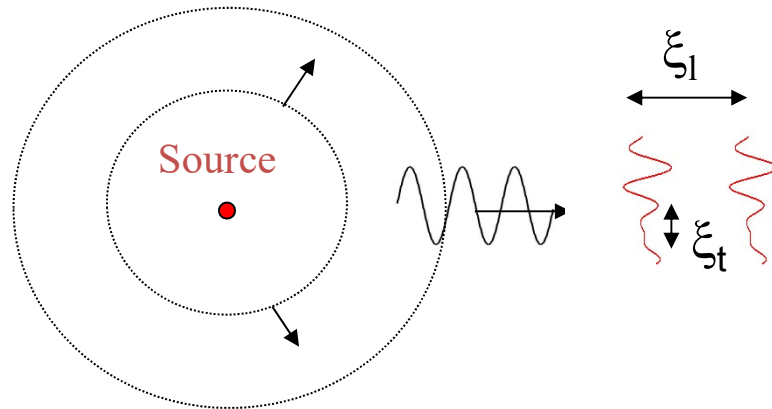


La Monochromaticité d'un faisceau



Longueur de cohérence longitudinale

ξ_l

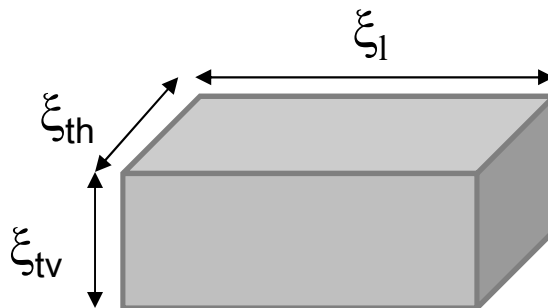


L'ouverture numérique de la source en un point



Longueur de cohérence transverse

ξ_t



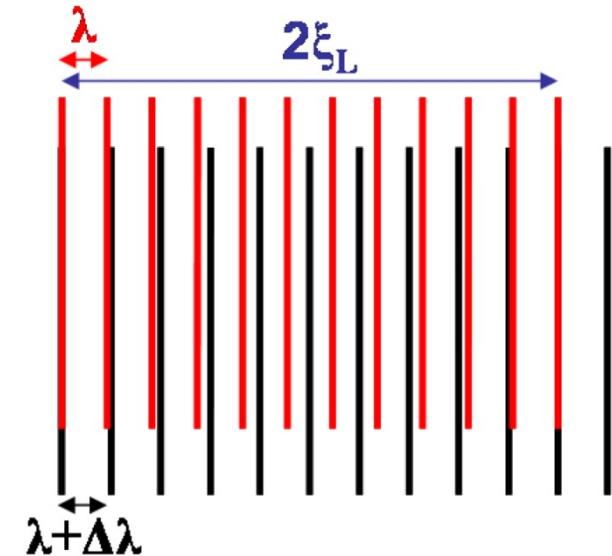
Volume de cohérence

Longueur de cohérence longitudinale (temporelle)

Onde plane de largeur spectrale $\Delta\lambda$ autour de λ



ξ_L : distance sur laquelle deux faisceaux ayant une différence de longueur d'onde $\Delta\lambda$ seront en antiphas



$$2\xi_L = (N + 1)\lambda = N(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$\Rightarrow N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$\Rightarrow 2\xi_L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} + \lambda \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$\text{si } \Delta\lambda \ll \lambda$$

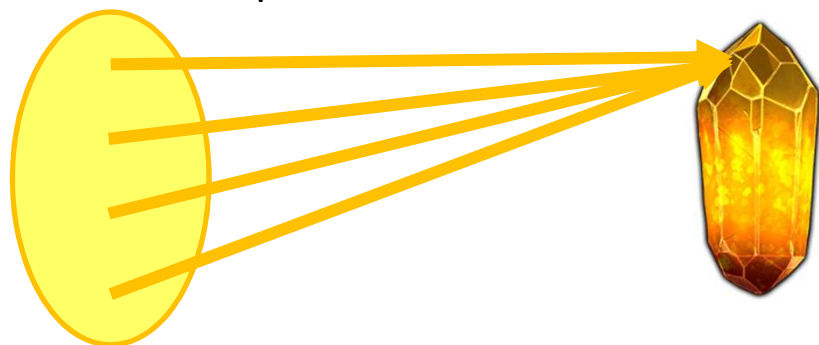
$$2\xi_L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Proportionnel à λ , inversement proportionnel à $\Delta\lambda/\lambda$

→ Plus λ est petit, plus ξ_L est petit...

Longueur de cohérence transverse (spatiale)

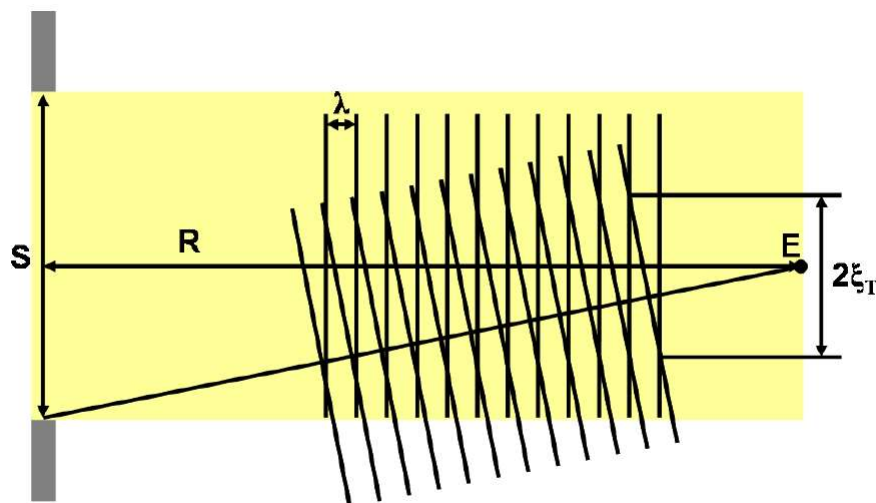
Source étendue
monochromatique



ξ_L : longueur transverse à $\mathbf{k}$ pour laquelle deux faisceaux ayant une différence d'incidence α seront en antiphase

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{S}{R} = \frac{\lambda}{2\xi_T}$$

$$2\xi_T = \frac{\lambda R}{S}$$

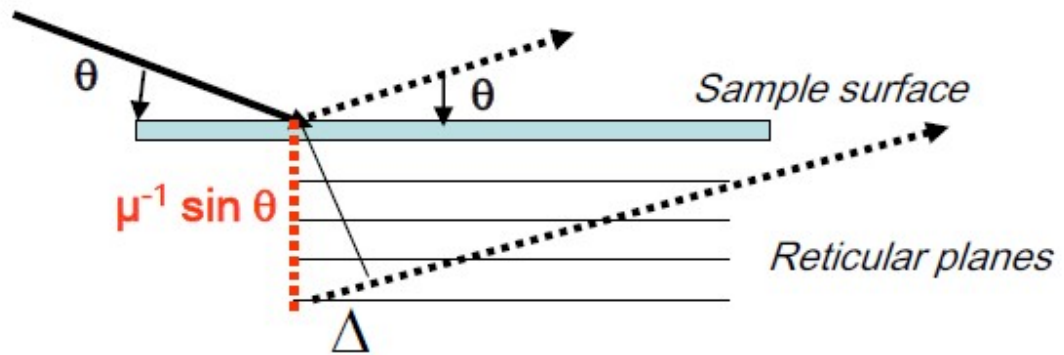


$\frac{S}{R}$ Ouverture numérique de la source

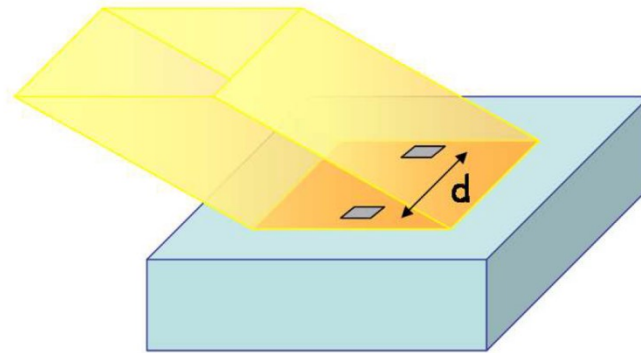
Proportionnel à λ
Proportionnel à la distance source - échantillon
Inversement proportionnel à la taille de source

Lien entre le volume de cohérence et les volumes échantillon

$$2\xi_L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$



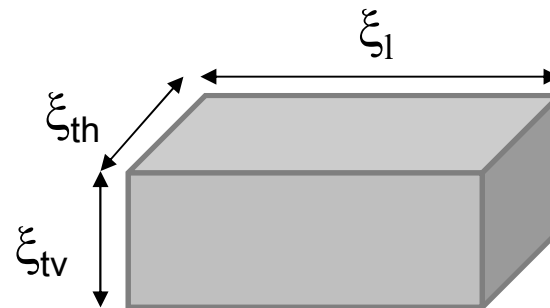
$$2\xi_T = \frac{\lambda R}{S}$$



Interférences possibles si:

$$\Delta = 2\mu^{-1} \sin^2 \theta < \xi_L$$

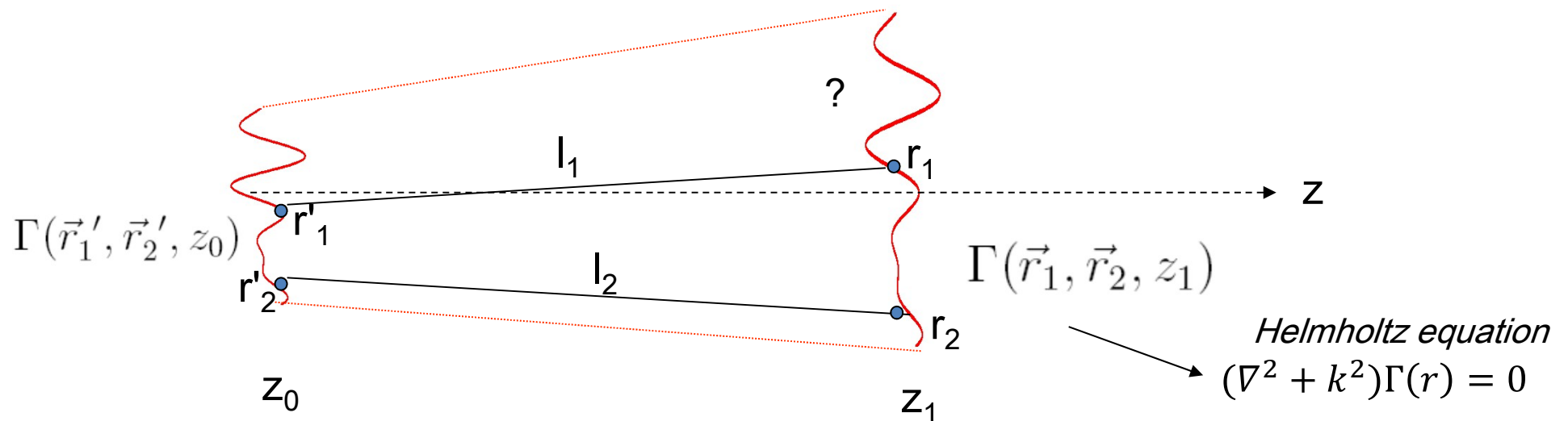
$$d < \lambda$$



Comment gagner en cohérence spatiale (sans effort) ?

Fonction de corrélation mutuelle

$$\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, z_0) = \langle \Psi(\vec{r}_1) \Psi^*(\vec{r}_2) \rangle \quad I(\vec{r}) = \Gamma(\vec{r}, \vec{r})$$



$$\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, z_1) = \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{l_1} \frac{1}{l_2} \int \int \Gamma(\vec{r}'_1, \vec{r}'_2, z_0) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l} d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2$$

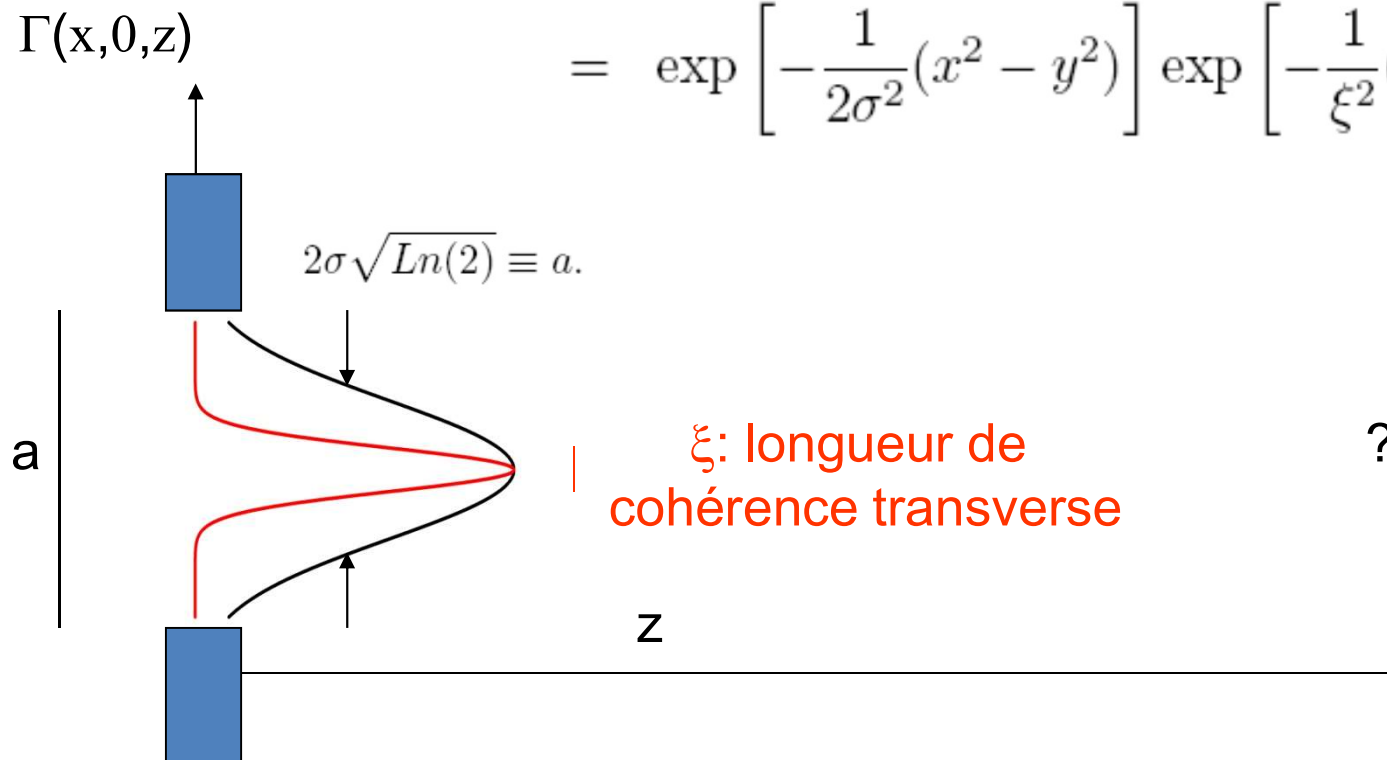
avec $l_1 = \|\vec{r}_1 - \vec{r}'_1\|$, $l_2 = \|\vec{r}_2 - \vec{r}'_2\|$, et

$$\Delta l = l_1 - l_2 \approx \frac{1}{2z_1} [(\vec{r}_1 - \vec{r}'_1)^2 - (\vec{r}_2 - \vec{r}'_2)^2]$$

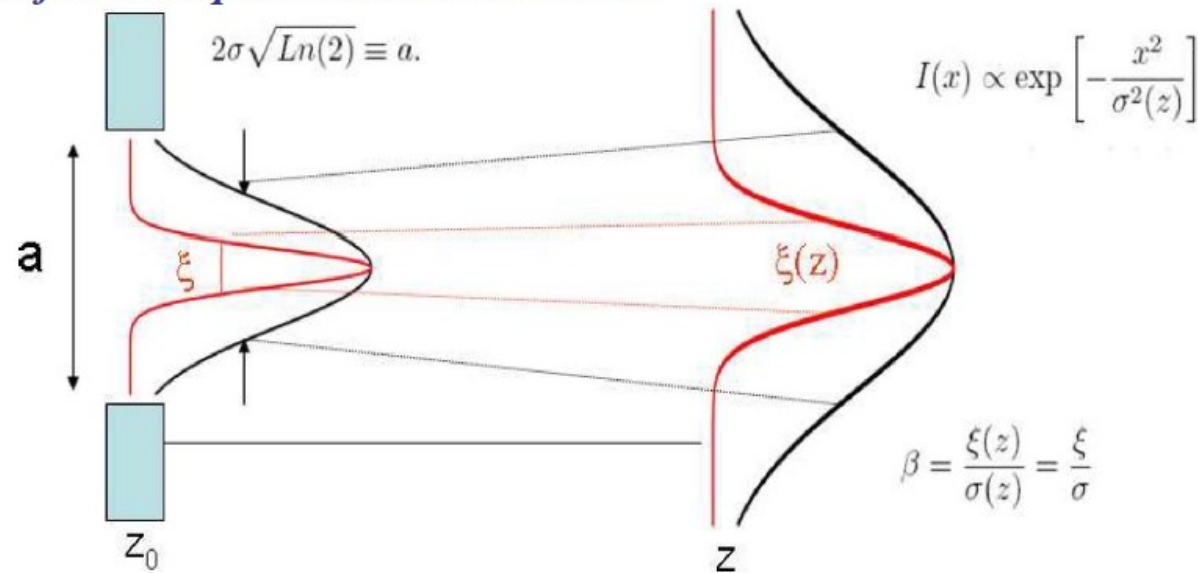
Comment gagner en cohérence spatiale (sans effort) ?

la fonction de corrélation mutuelle $\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, z_0) = \langle \Psi(\vec{r}_1) \Psi^*(\vec{r}_2) \rangle$ $I(\vec{r}) = \Gamma(\vec{r}, \vec{r})$

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, z) &= \sqrt{I(x)} \sqrt{I(y)} \mu(x_1, x_2) \\ &= \Psi(x) \Psi^*(y) \exp \left[\frac{-1}{2\xi} (x - y)^2 \right] \\ &= \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (x^2 - y^2) \right] \exp \left[-\frac{1}{\xi^2} (x - y)^2 \right] \end{aligned}$$



Propagation d'un faisceau partiellement cohérent



Taille du faisceau $\sigma(z)$:
$$\sigma^2(z) = \sigma^2 + \left(\frac{z\lambda}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{\xi^2 + 2\sigma^2}{\sigma^2\xi^2}\right)$$

Cohérence transverse $\xi(z)$:
$$\xi^2(z) = \xi^2 + \left(\frac{z\lambda}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{\xi^2 + 2\sigma^2}{\sigma^4}\right)$$

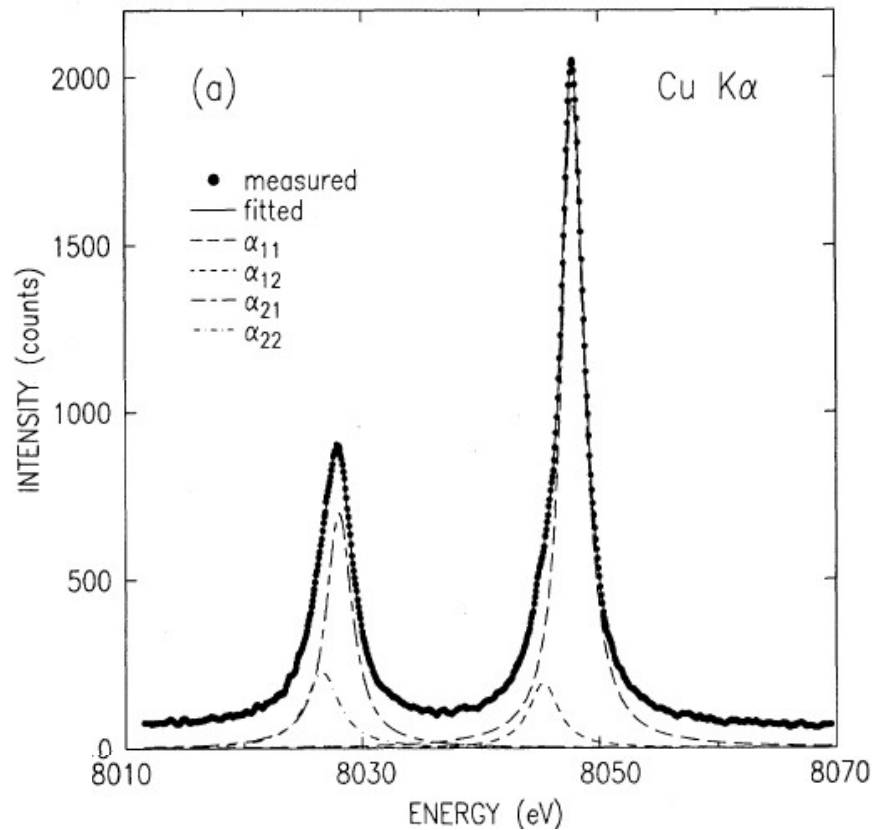
1. Si la source est incohérente: $\xi \longrightarrow 0$
$$\xi(z) = \left(\frac{z\lambda}{\pi}\right) \left(\frac{1}{\sigma}\right)$$
 Le pré-facteur $\lambda \dots$

Nous pouvons donc obtenir un faisceau cohérent à partir d'une source qui est incohérente ! Du soleil

2. Degré de cohérence
$$\beta = \frac{\xi(z)}{\sigma(z)} = \frac{\xi}{\sigma}$$
 Le degré de cohérence reste constant au cours de la propagation

Un peu de pragmatisme: la cohérence en chiffres...

Avec des λ plus de 1000 fois inférieurs aux longueurs d'onde visible quelles valeurs obtient-on?



En laboratoire avec une source monochromatique (anticathode de cuivre):

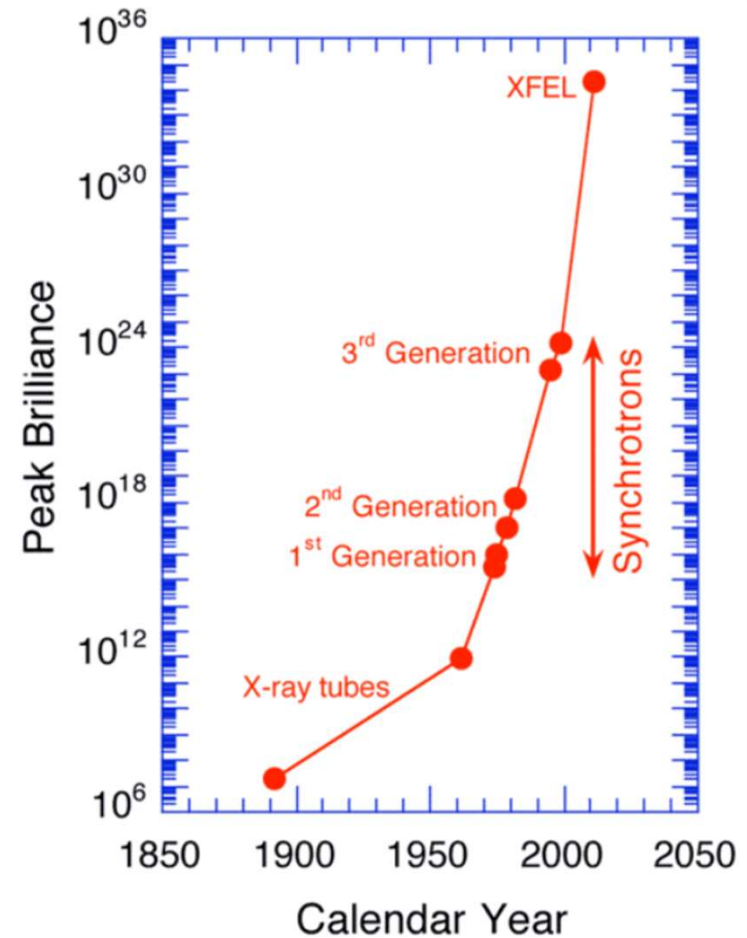
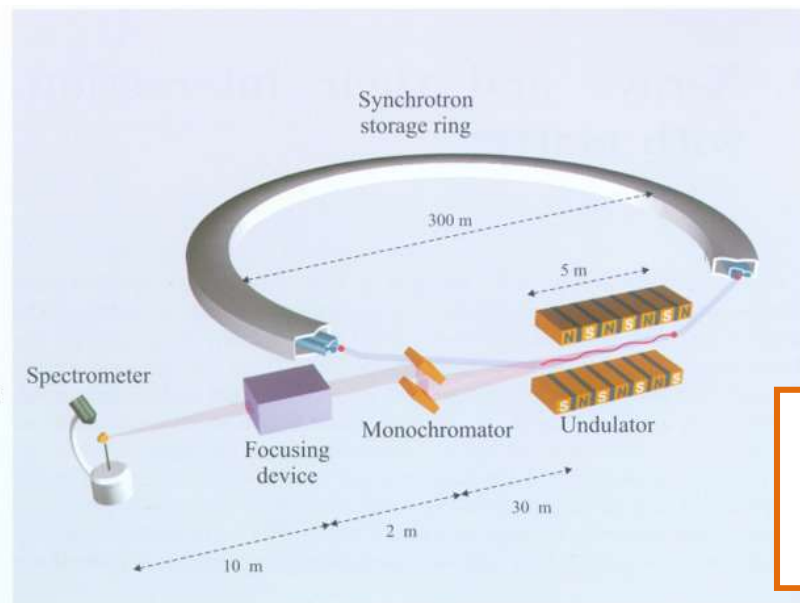
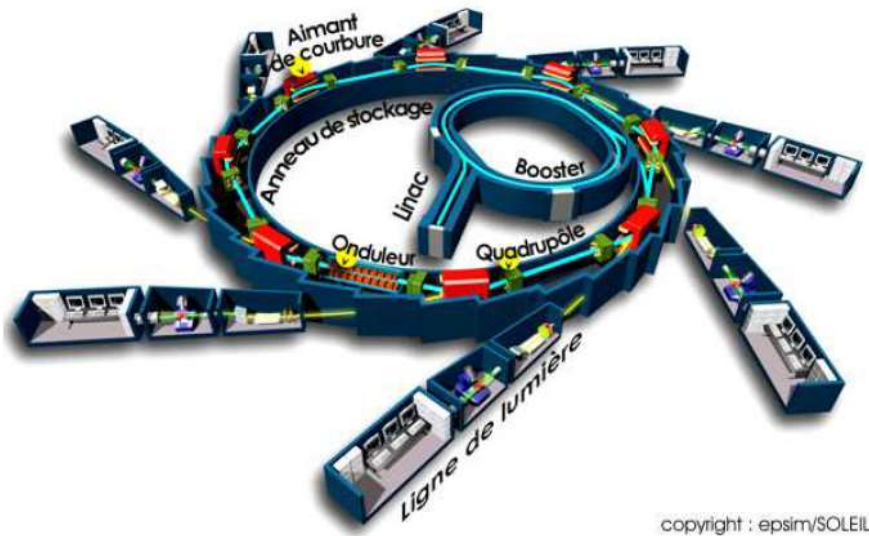
$$\Delta E/E = 3/8000 = 3.7 \cdot 10^{-4} \rightarrow \xi_L \sim 400 \text{ nm}$$

Avec une source monochromatique microfoyer de laboratoire: $S = 1\text{mm}$; distance: 1m

$$\xi_T = 1.5 \cdot 10^{-10} / 10^{-3} \rightarrow \xi_T = 150 \text{ nm}$$

Possible, mais combien de photons reste-t-il dans une ouverture de $150 \times 400\text{nm}$?

Gagner en flux cohérent grâce aux grands instruments



$$2\xi_T = \frac{\lambda R}{S}$$

On gagne sur :
S, R, et surtout en brillance
(faible émittance)

Avec une source onduleur de SOLEIL

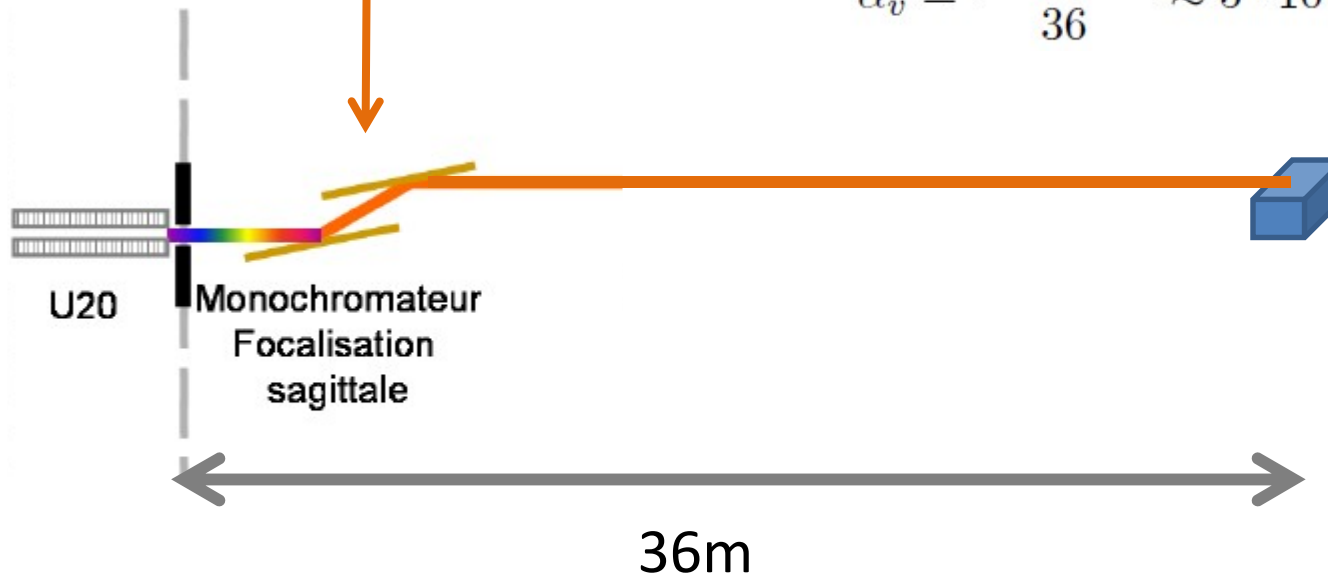
$$2\xi_L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Mono Si(111):
 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 1,4 \cdot 10^{-4}$

$$2\xi_T = \frac{\lambda R}{S}$$

$$\alpha_h = \frac{911 \cdot 10^{-6}}{36} \approx 2,53 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 25,3 \mu\text{rad}$$

$$\alpha_v = \frac{19 \cdot 10^{-6}}{36} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0,527 \mu\text{rad}$$



A 8keV:

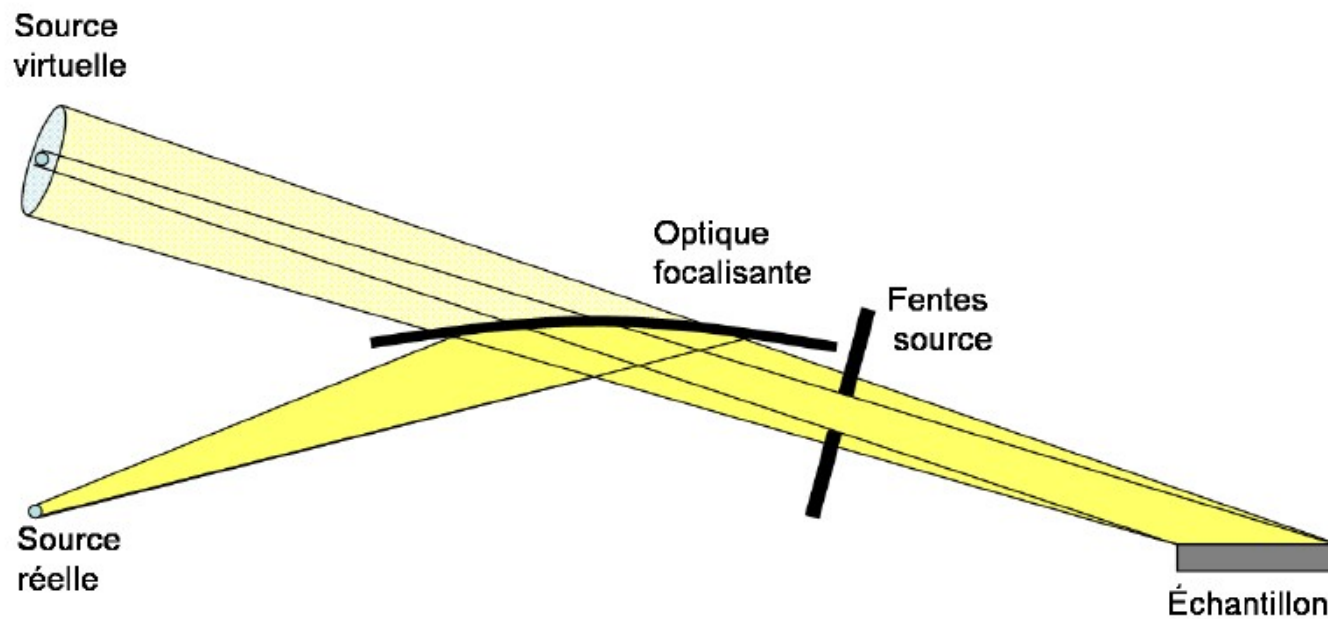
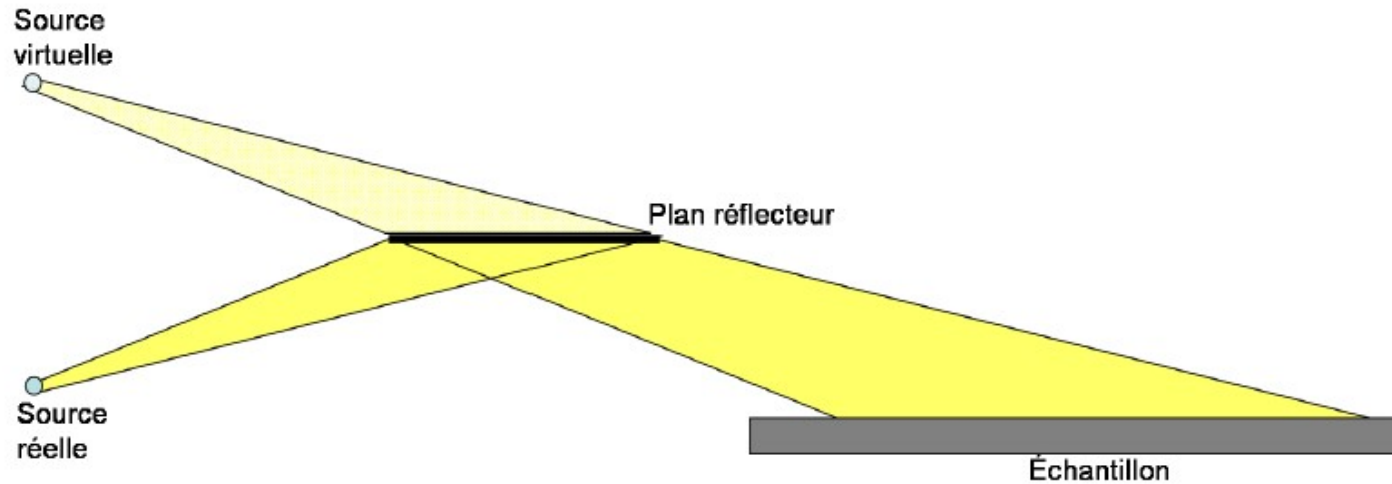
$$\xi_L = 0,5 \mu\text{m}$$

$$\xi_{Th} = 6 \mu\text{m}$$

$$\xi_{Tv} = 280 \mu\text{m}$$

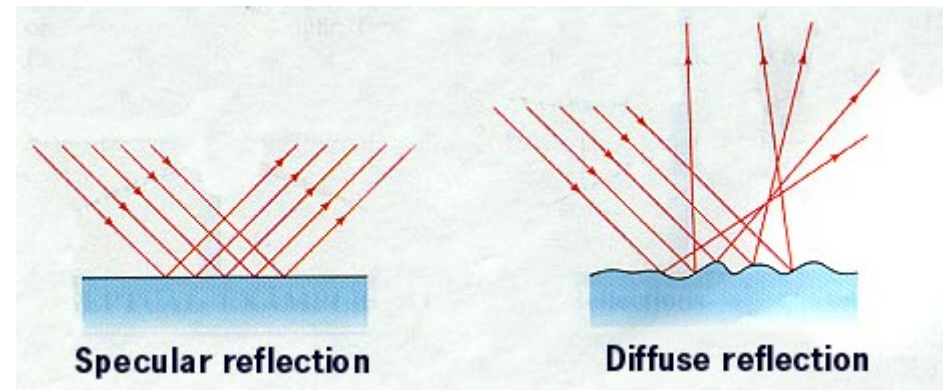
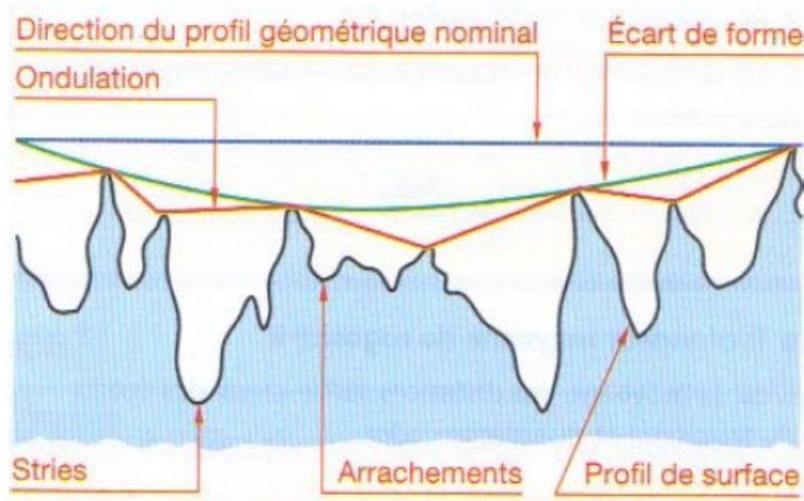
Influence des éléments optiques sur la cohérence

Optique focalisante



Influence des éléments optiques sur la cohérence

La rugosité de surface



Avec des rayons X, la rugosité de surface doit être comparée à λ ...



Les éléments optiques dégradent très vite la cohérence d'un faisceau X ...
Il faut utiliser des sources secondaires après les optiques et laisser le faisceau se propager librement autant que possible.

Schéma de cohérence de la ligne CRISTAL de SOLEIL

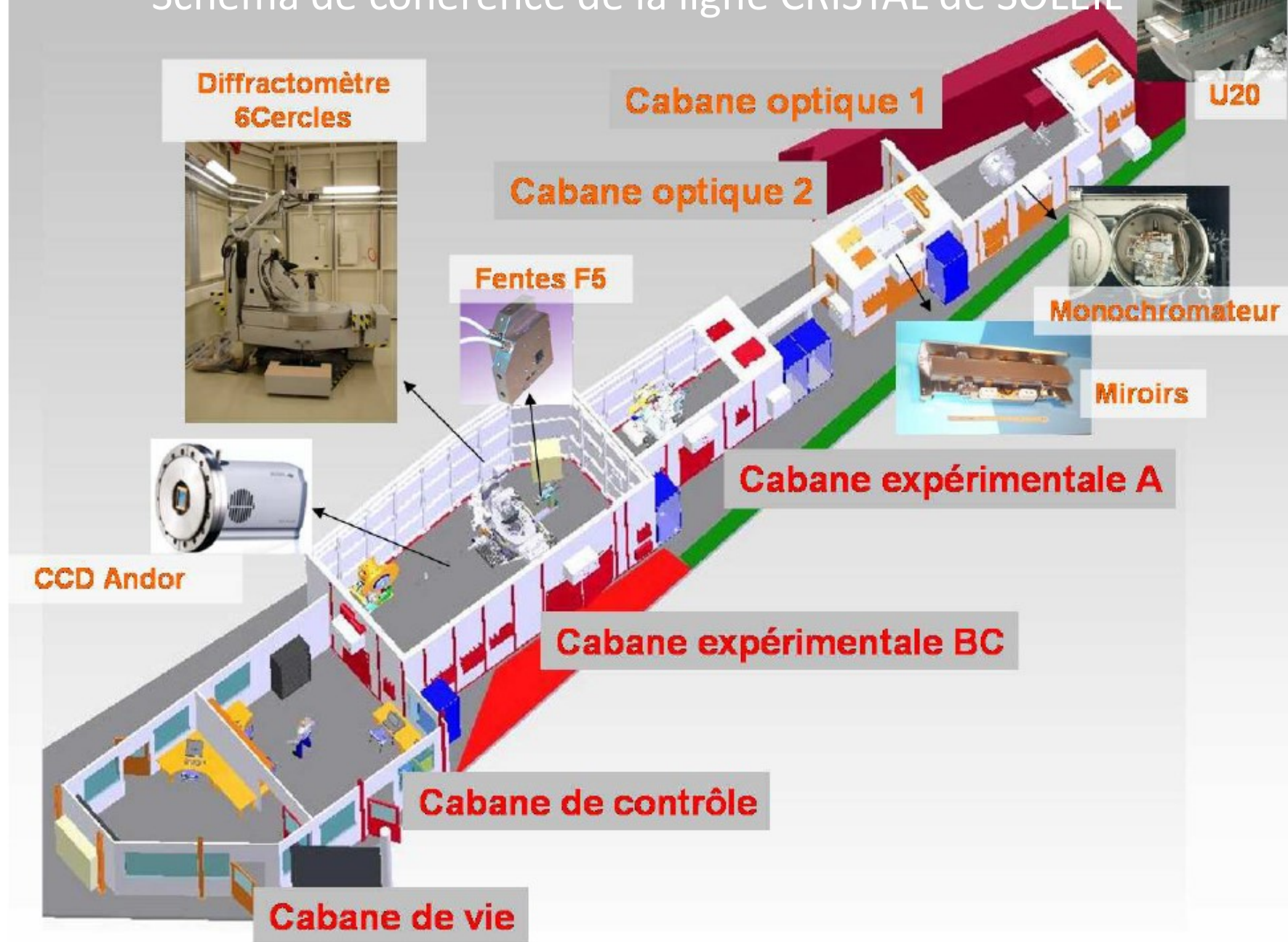


Schéma de cohérence de la ligne CRISTAL de SOLEIL

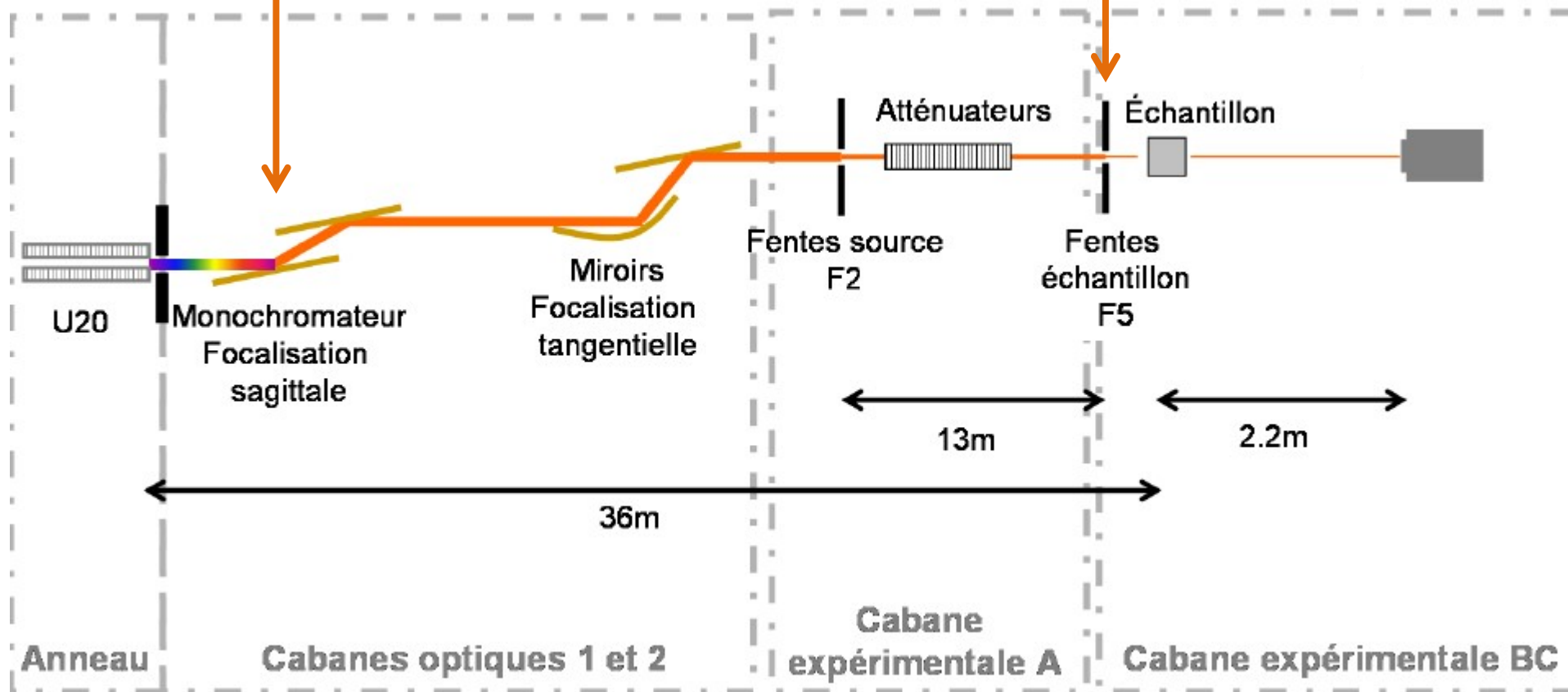
$$2\xi_L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$2\xi_T = \frac{\lambda R}{S}$$

Avec une source secondaire:

$$\xi_{Th} = \xi_{Tv} \sim 20 \mu m$$

β proche de 100%



Mesurer le degré de cohérence d'un faisceau de rayons X

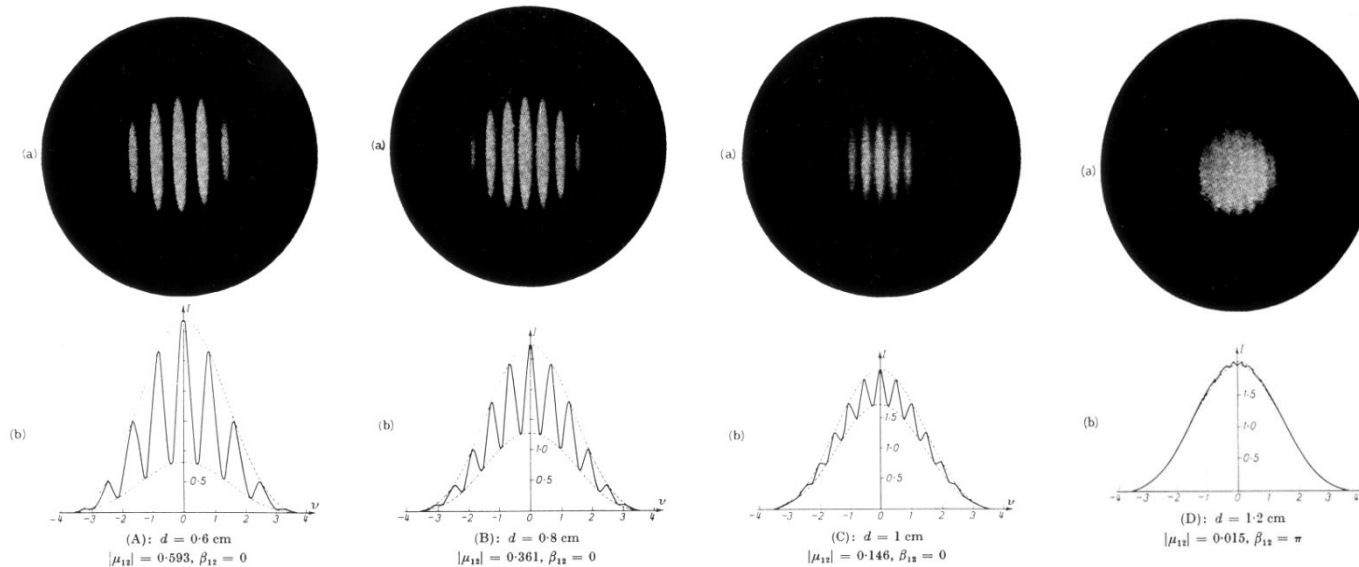
Expérience de Young



Conditions of coherence: $\xi_t > a$:

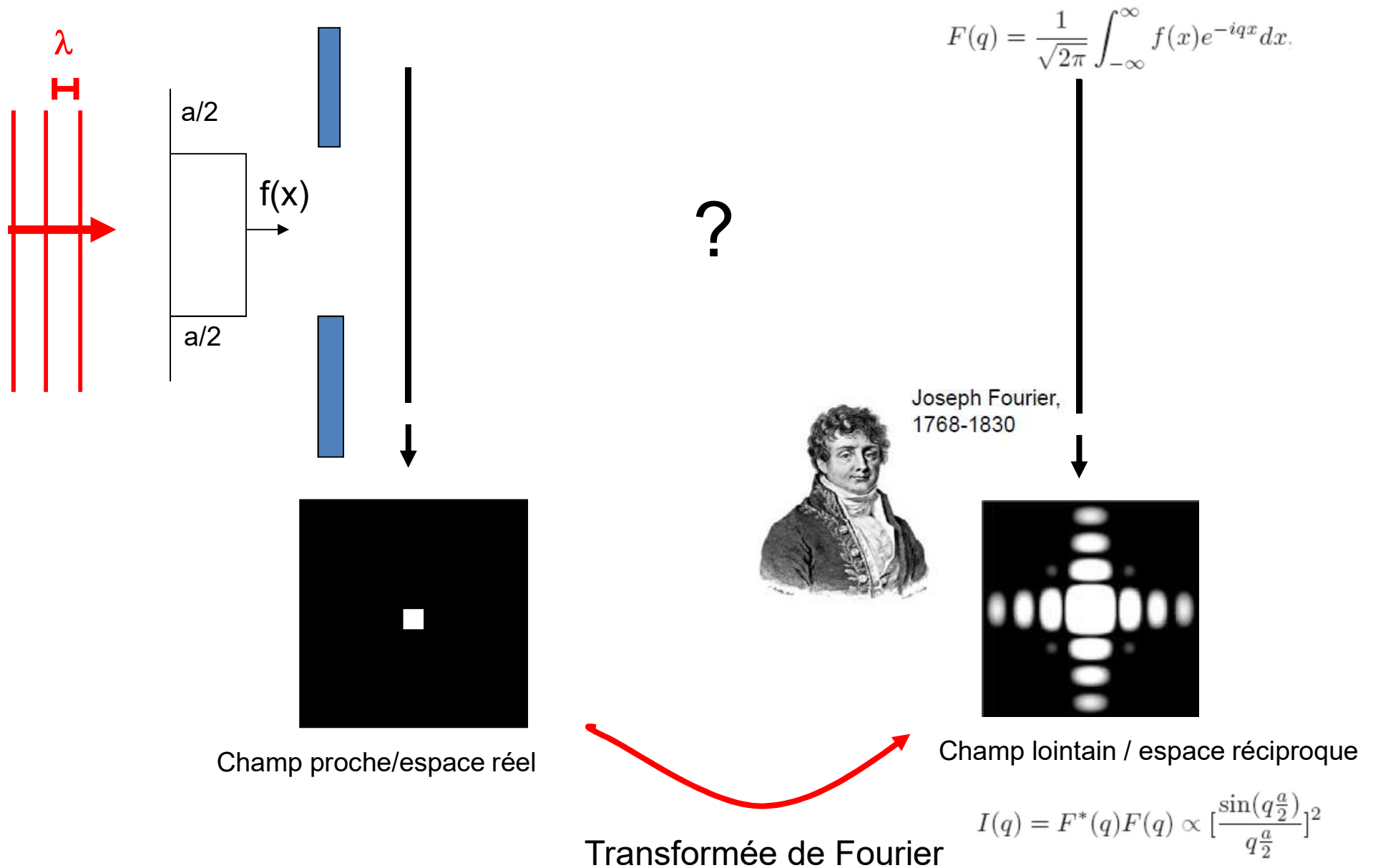
$$d < \xi_t$$

$$d > \xi_t$$

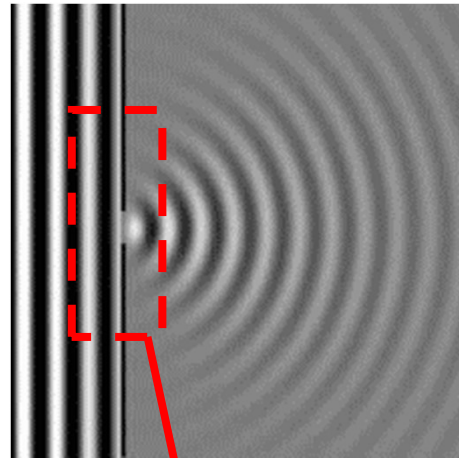


La visibilité des franges est liée au degré de cohérence
 En synchrotron → mesurer le degré de cohérence avec des fentes ?

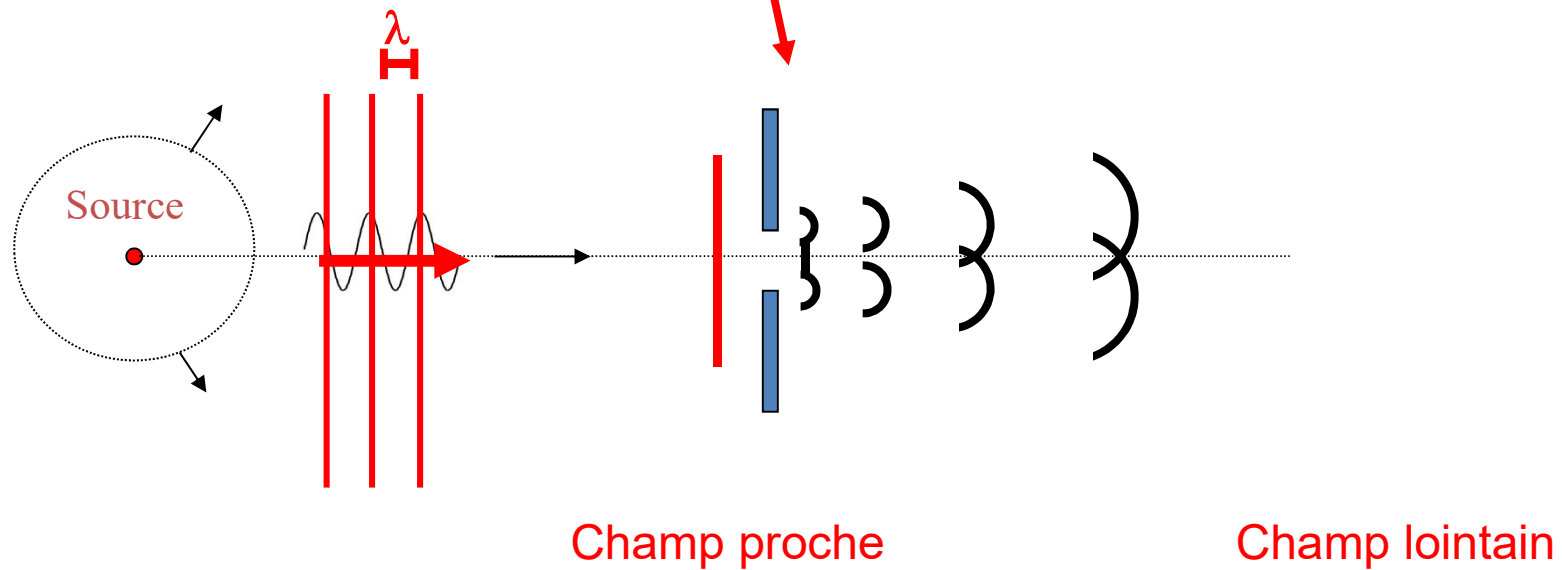
Comment passer du champ lointain au champ proche ?



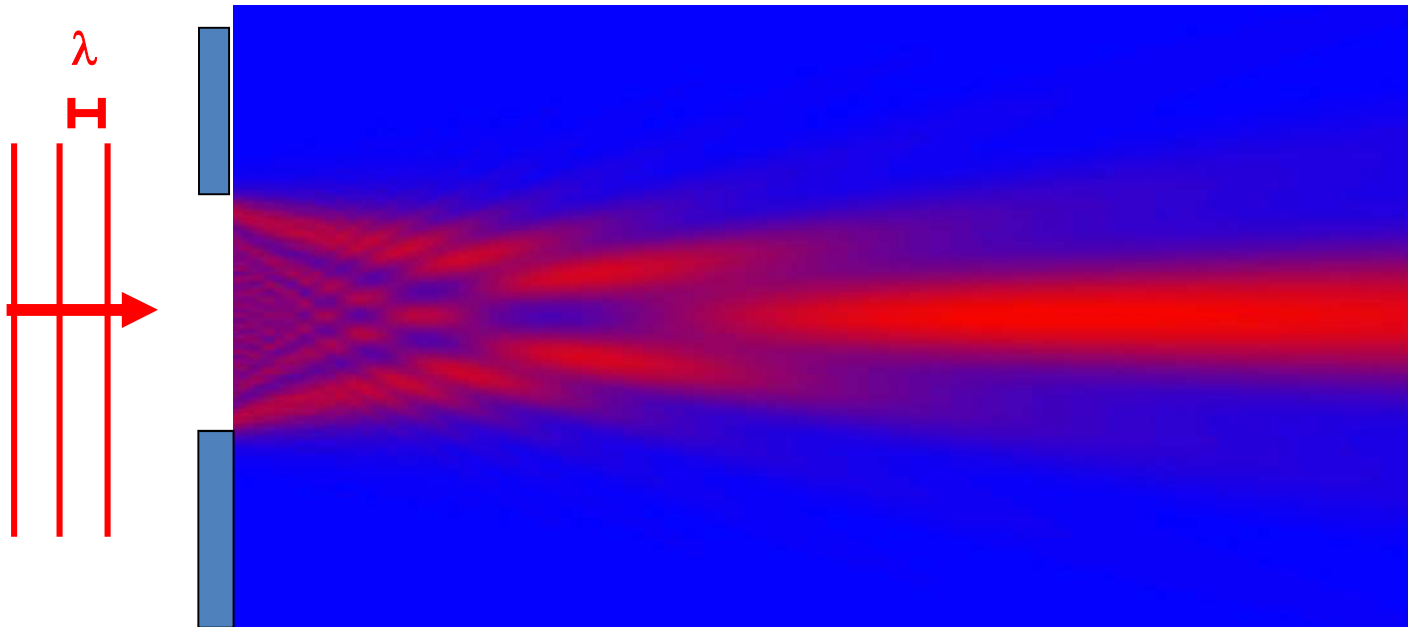
Comment passer du champ lointain au champ proche ?



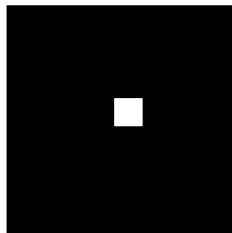
En première approximation:



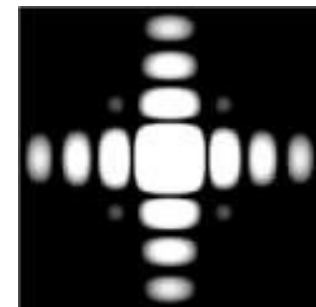
Comment passer du champ lointain au champ proche ?



paramètre: t ou d



Augustin Fresnel
(1788-1827)

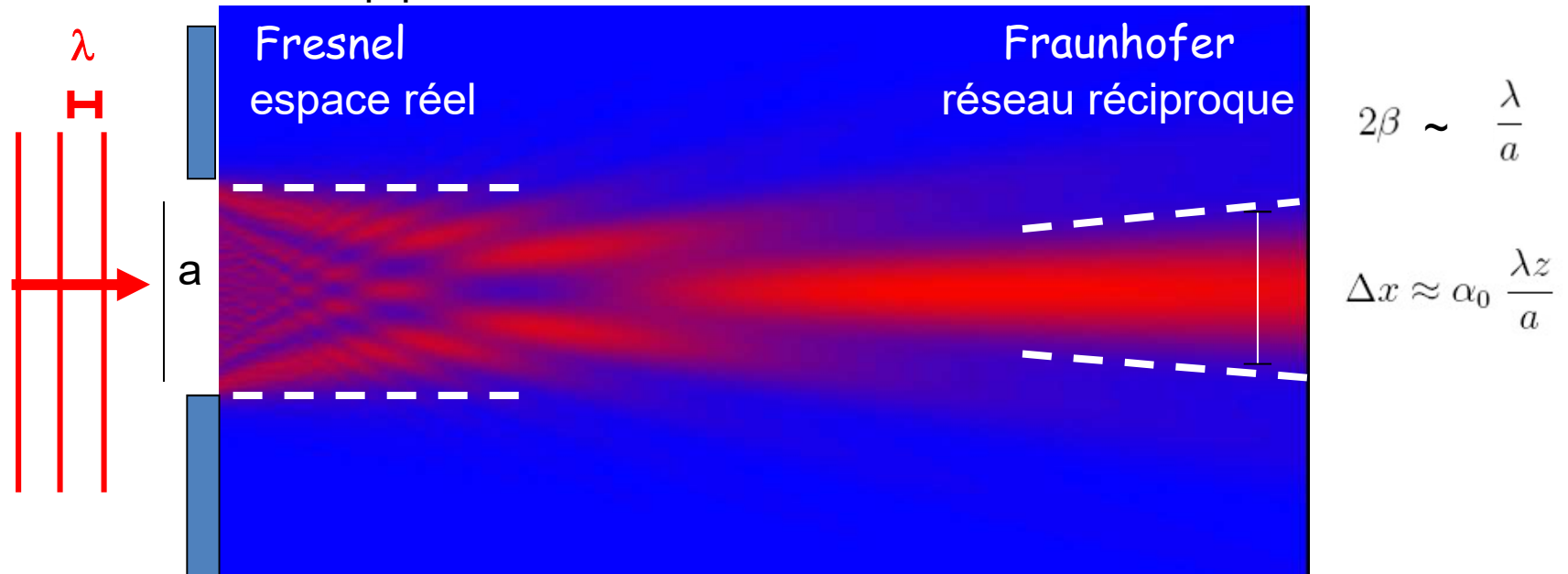


$$\psi_1(x, t) \approx -\frac{i}{\lambda z} \int_{-a/2}^{a/2} \psi(x_1, x, t) dx_1$$

Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !

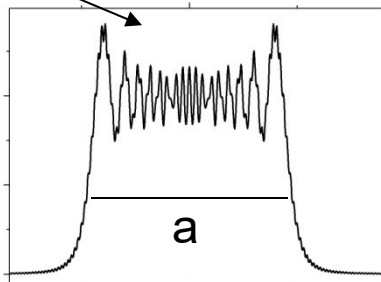
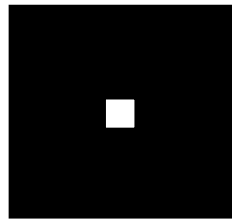
Champ proche

Champ lointain

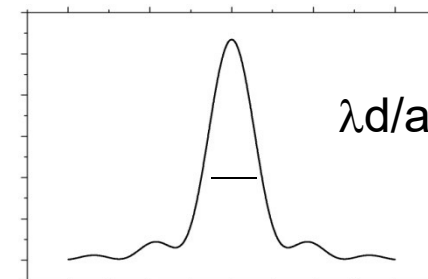
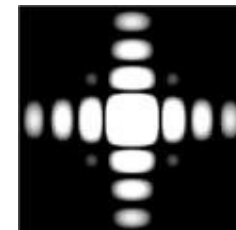


t/d

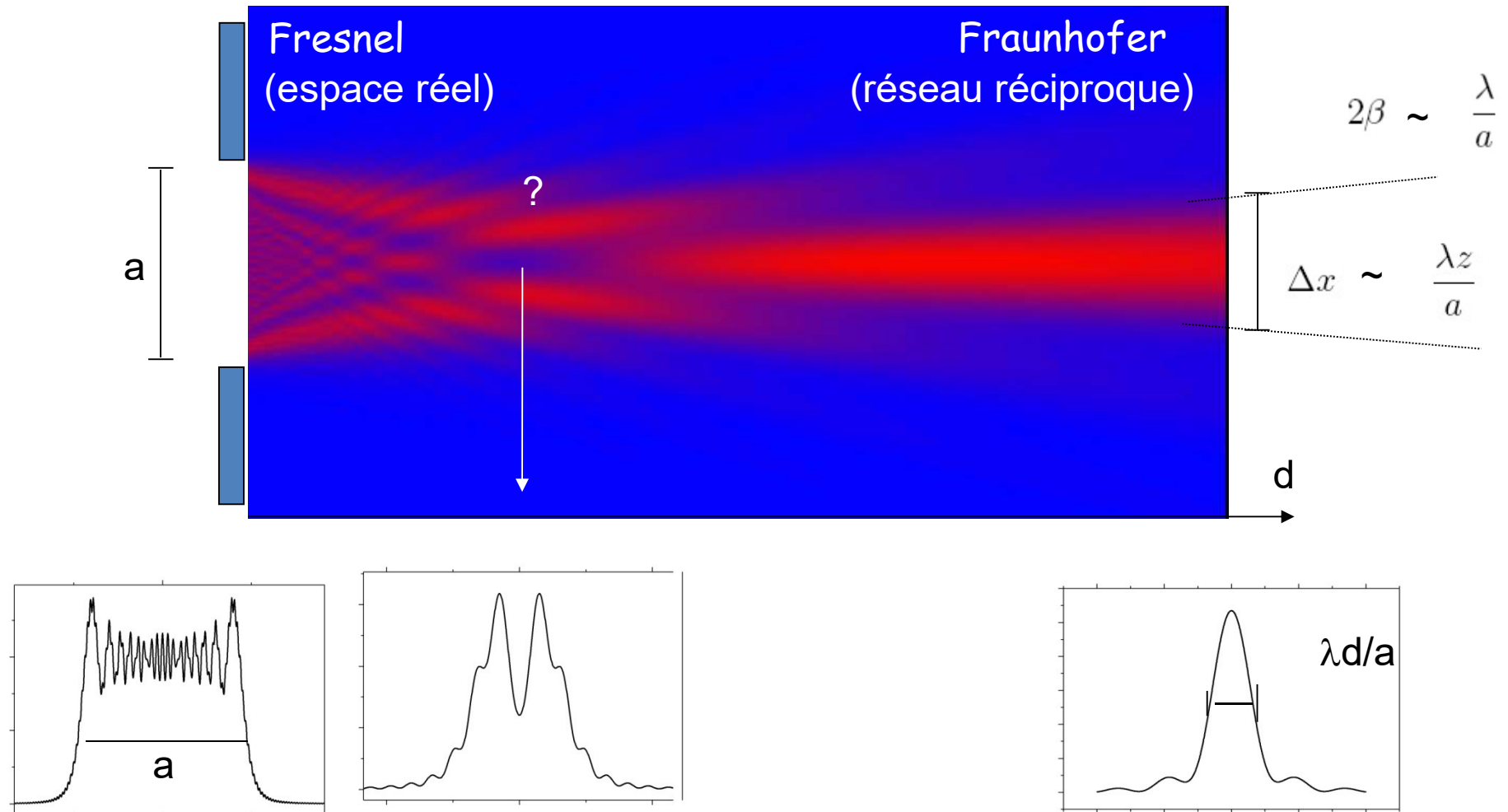
oscillations



Augustin Fresnel
(1788-1827)



Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !



→ Point « sombre »

Le point brillant de Poisson ou tâche de Fresnel

En 1818 l'[Académie des Sciences](#) mit au concours la question des propriétés paradoxales de la lumière. Augustin Fresnel y participe et soumet une théorie ondulatoire de la lumière. Poisson, membre du jury, n'y croit pas, car selon sa théorie, un point brillant devrait apparaître derrière un disque opaque. Arago fit faire cette expérience, et le point brillant fut révélé!

1819: Grand prix de l'académie des sciences décerné à Fresnel.



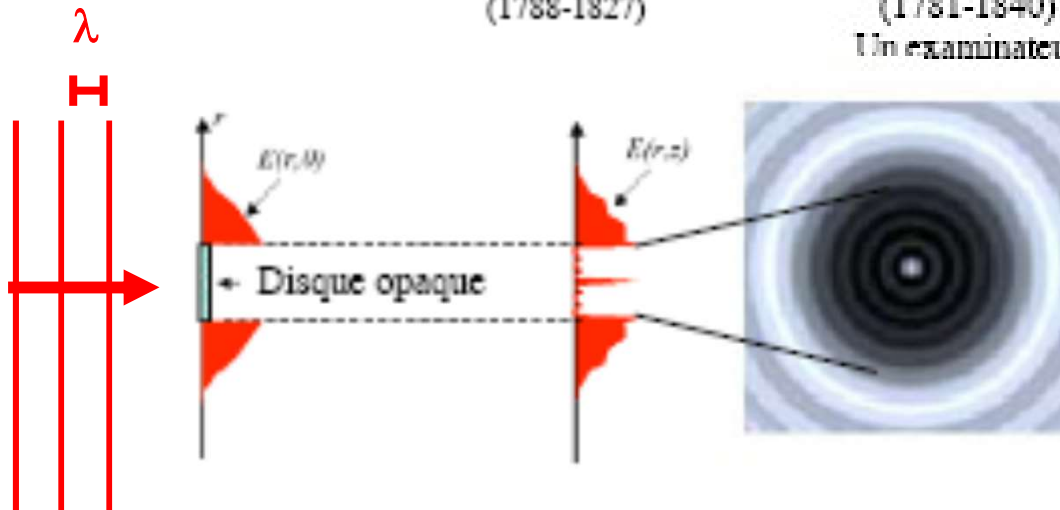
Augustin Fresnel
(1788-1827)



Denis Poisson
(1781-1842)
Un examinateur

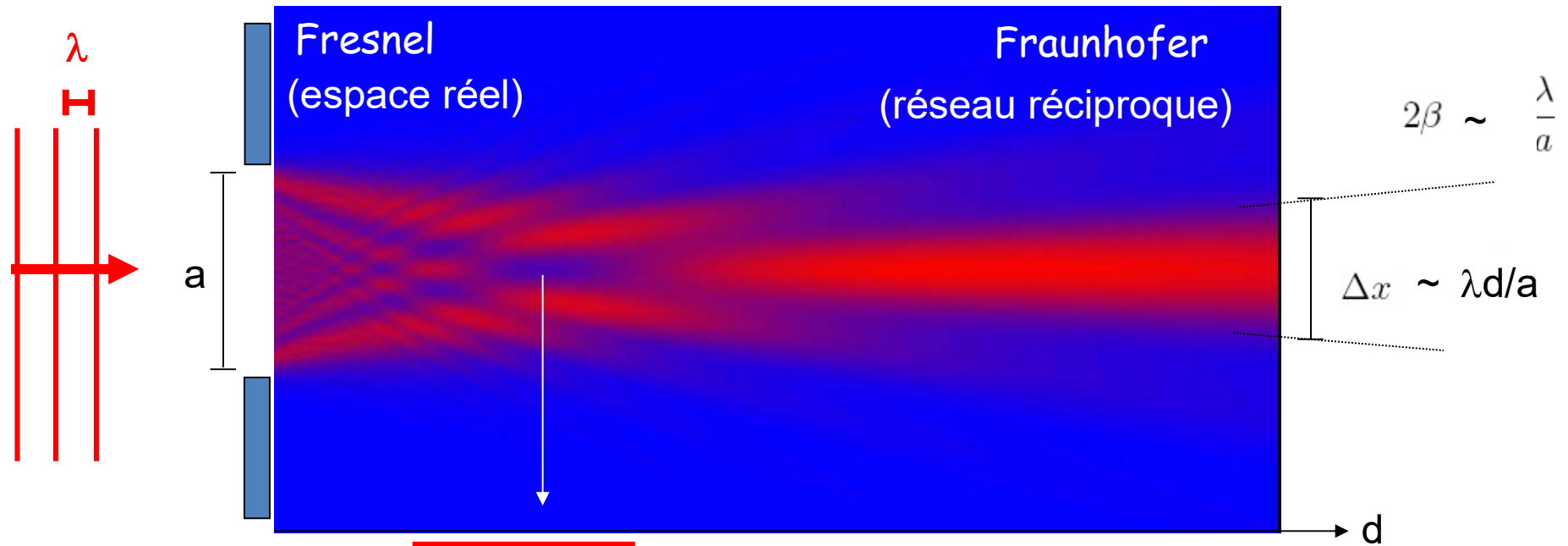


François Arago



**Triomphe
du modèle
ondulatoire !**

Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !



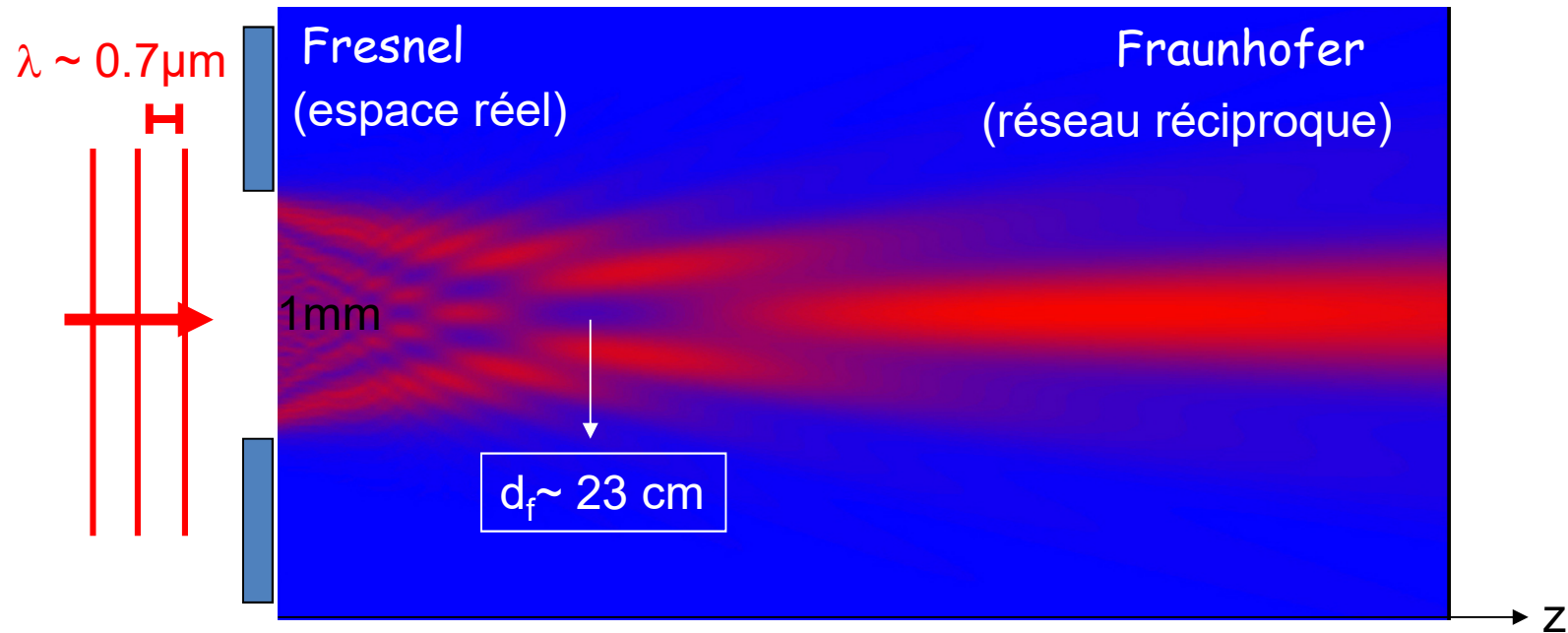
Distance pas très simple à calculer:

$$d_f \sim \frac{a^2}{\lambda}$$

1. $\Delta x = a$
 $\lambda d/a = a \Rightarrow d = a^2/\lambda$

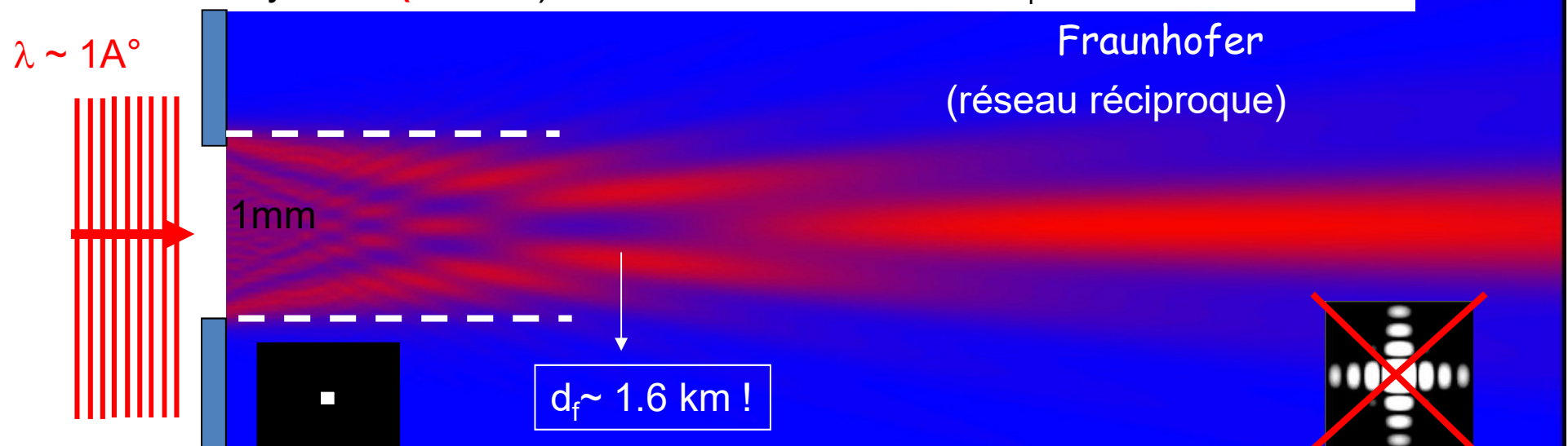
2. simulations: $d_f \approx \frac{a^2}{6.6 \lambda}$

Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !

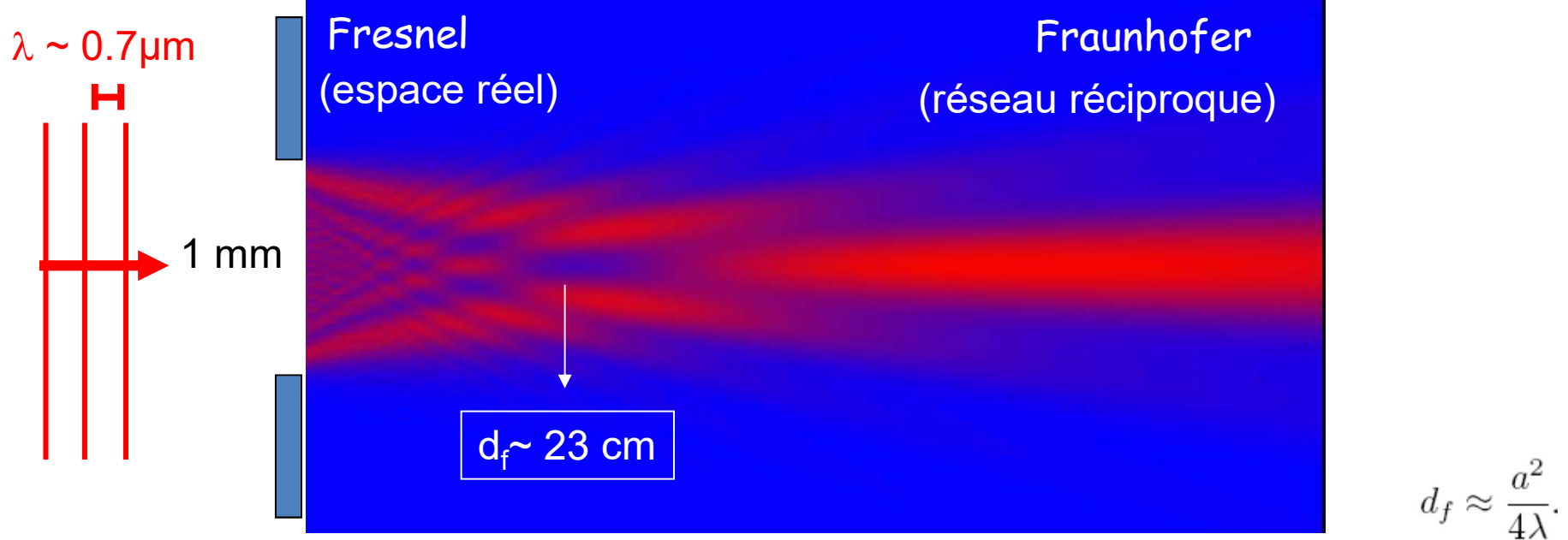


Lumière rouge ($\lambda \sim 0.7 \mu\text{m}$) avec un trou de $a = 1 \text{ mm}$: $d_f = 23 \text{ cm}$

Rayons X ($\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) avec un trou de $a = 1 \text{ mm}$: $d_f = 23 * 7000 = 1.6 \text{ km} !!$



Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !

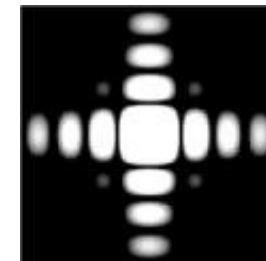
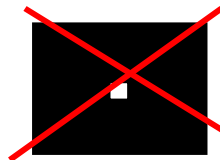
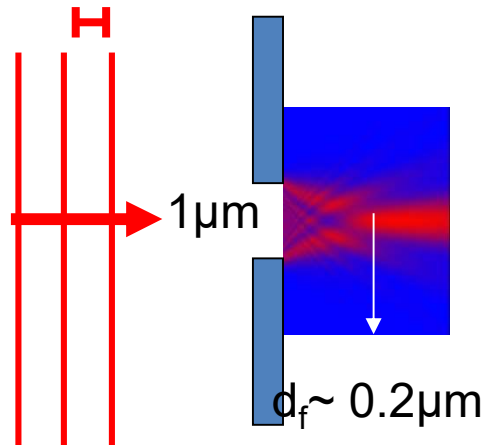


Lumière rouge ($\lambda \sim 0.7\mu\text{m}$) avec un trou de $a=1\text{mm}$: $d_f = 23\text{ cm}$

$\lambda \sim 0.7\mu\text{m}$

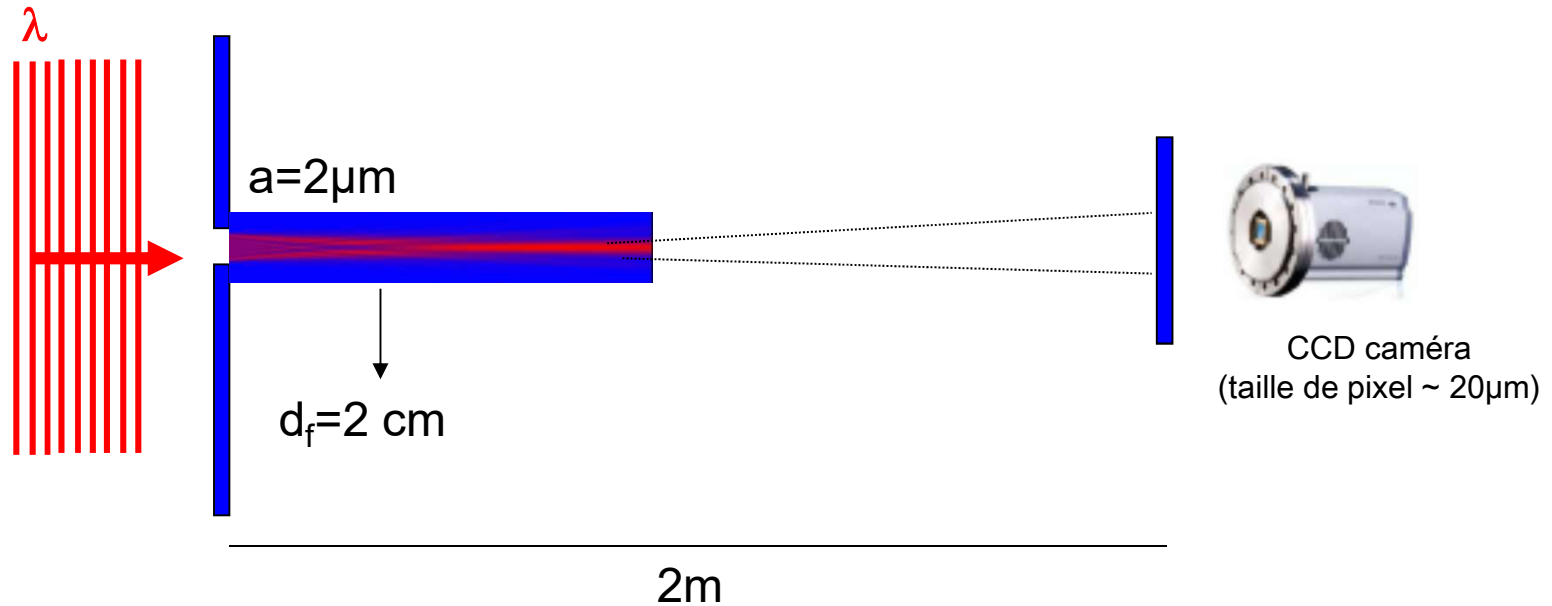
Lumière rouge ($\lambda \sim 0.7\mu\text{m}$) avec un trou de $a=1\mu\text{m}$: $d_f = 23\text{ cm}/1000^2$

$d_f = 0.23\mu\text{m} !!!$



Passage du champ proche au champ lointain ? C'est compliqué !

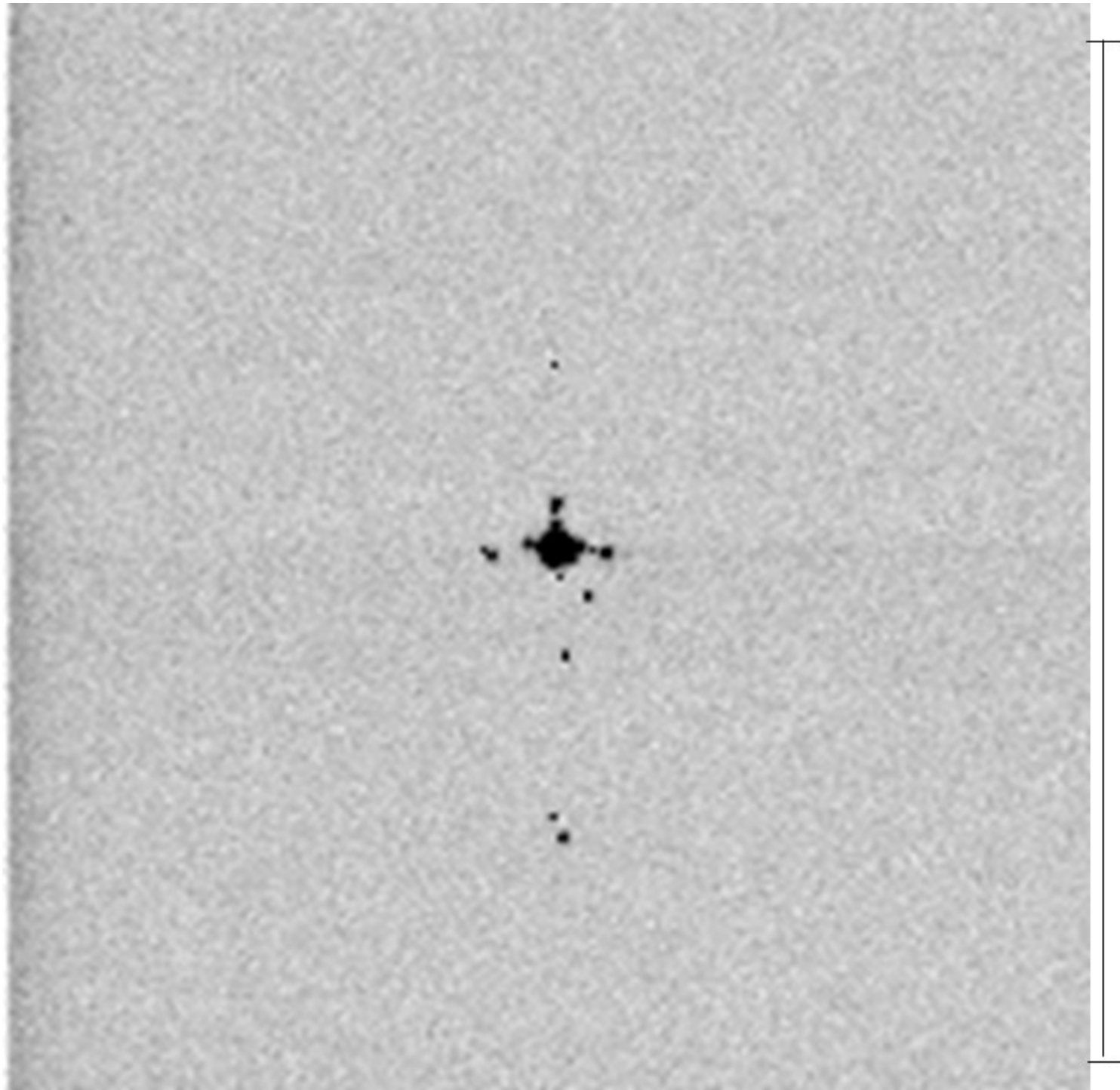
Rayons X ($\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) avec un trou de $a=2\mu\text{m}$: $d_f=2 \text{ cm}$



Un trou de $2\mu\text{m}$, c'est pas grand ... sources de rayons X intenses

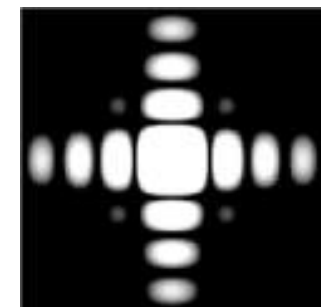
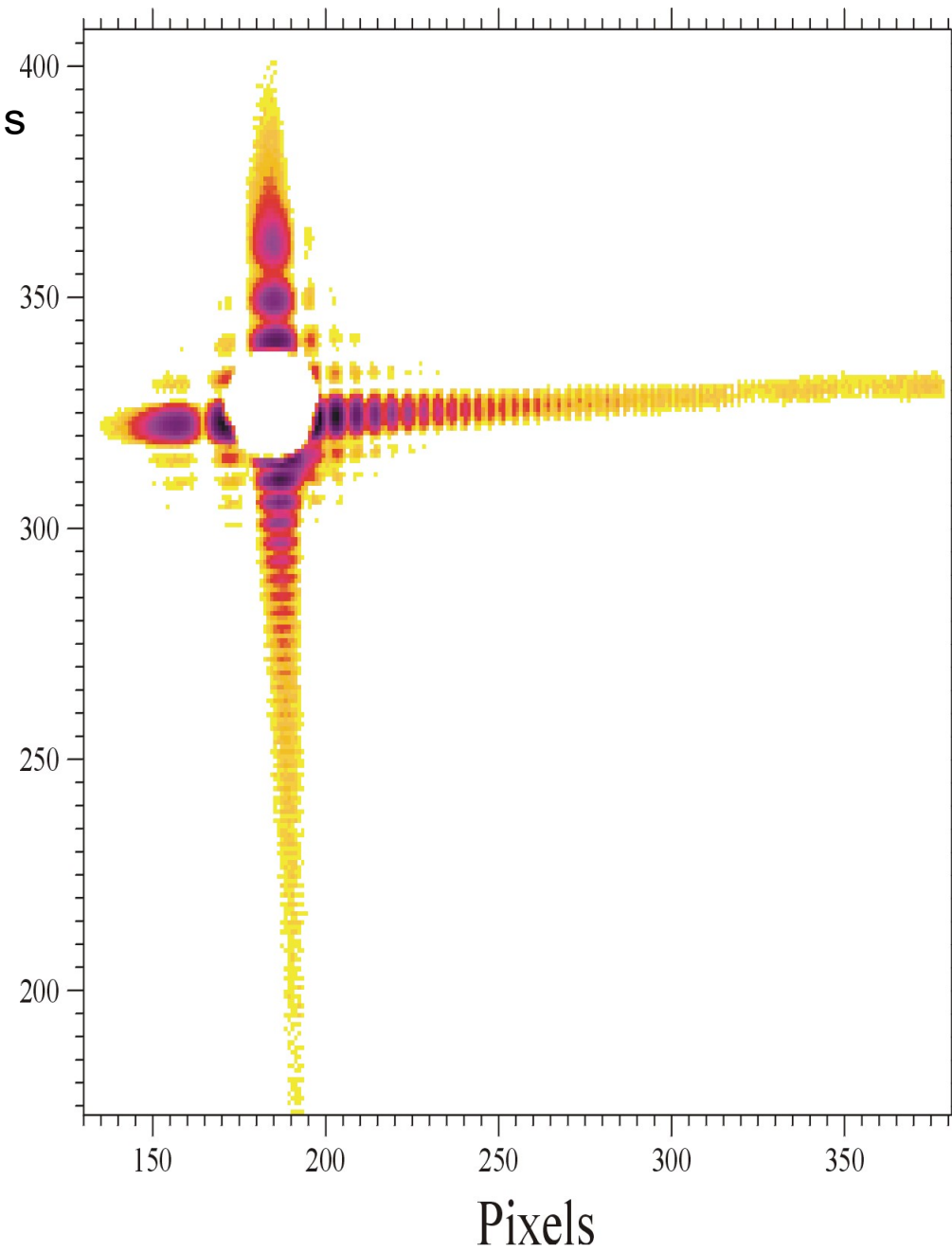
↓
synchrotrons

$t=1.1\text{s}$

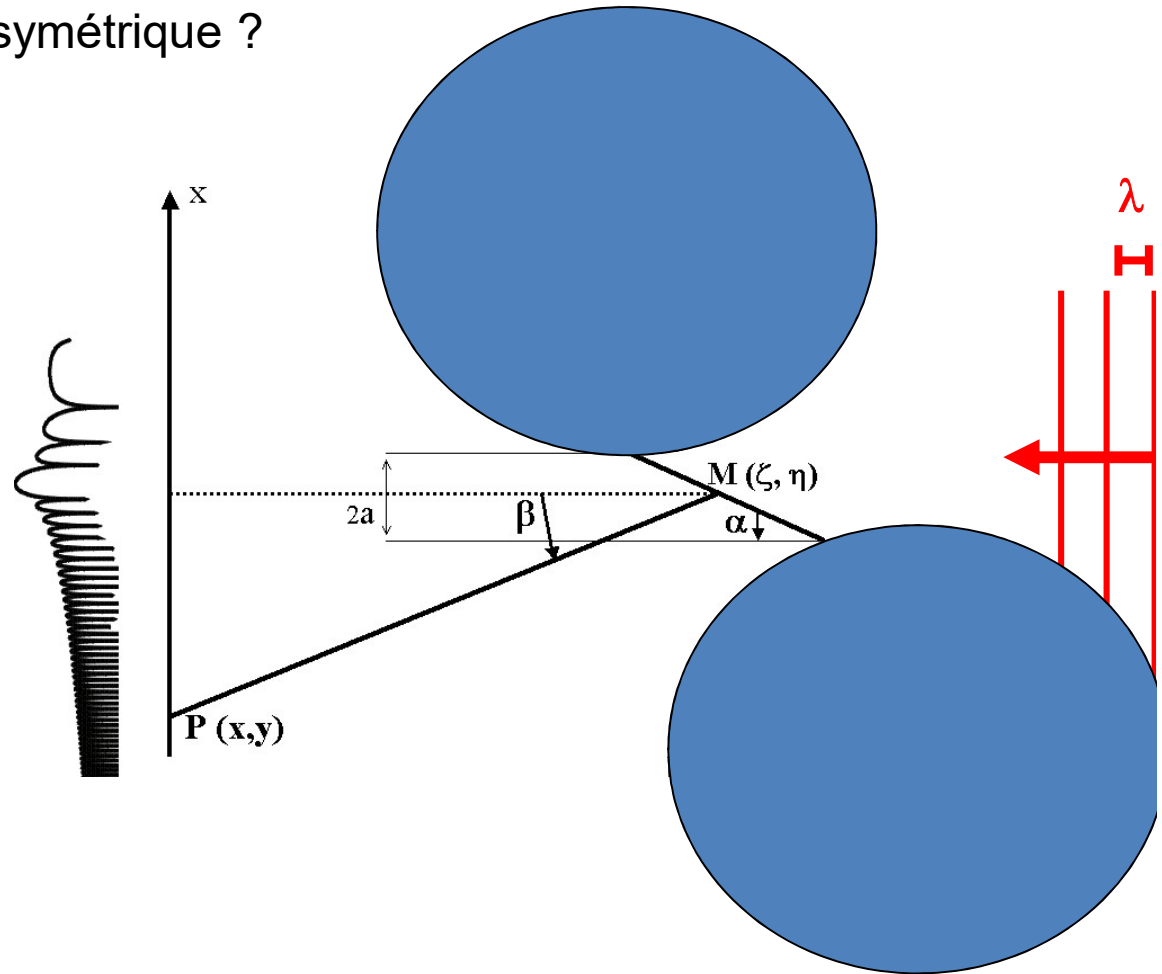
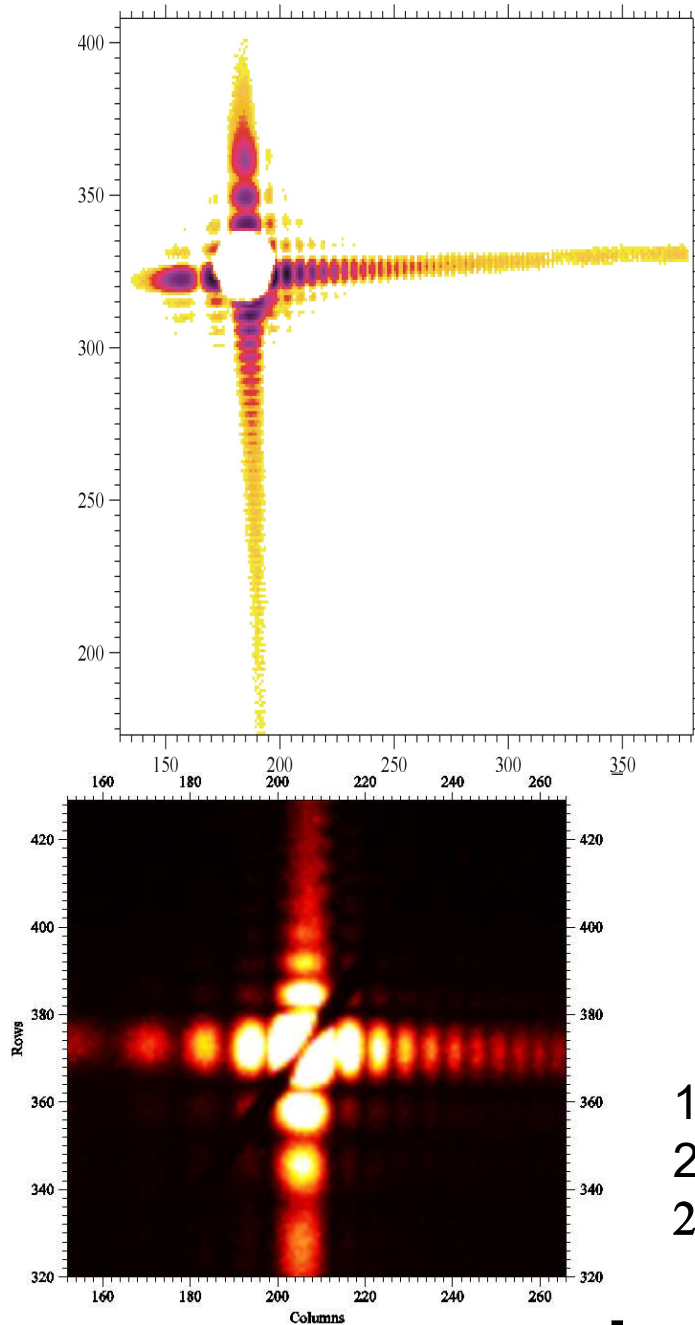


4 mm

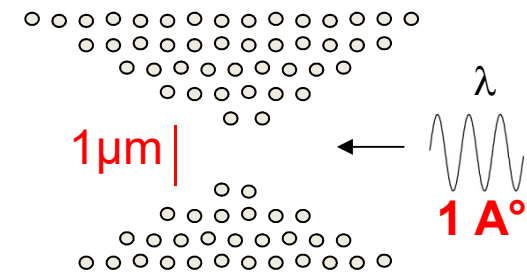
Somme sur
1000 images de 0.1s



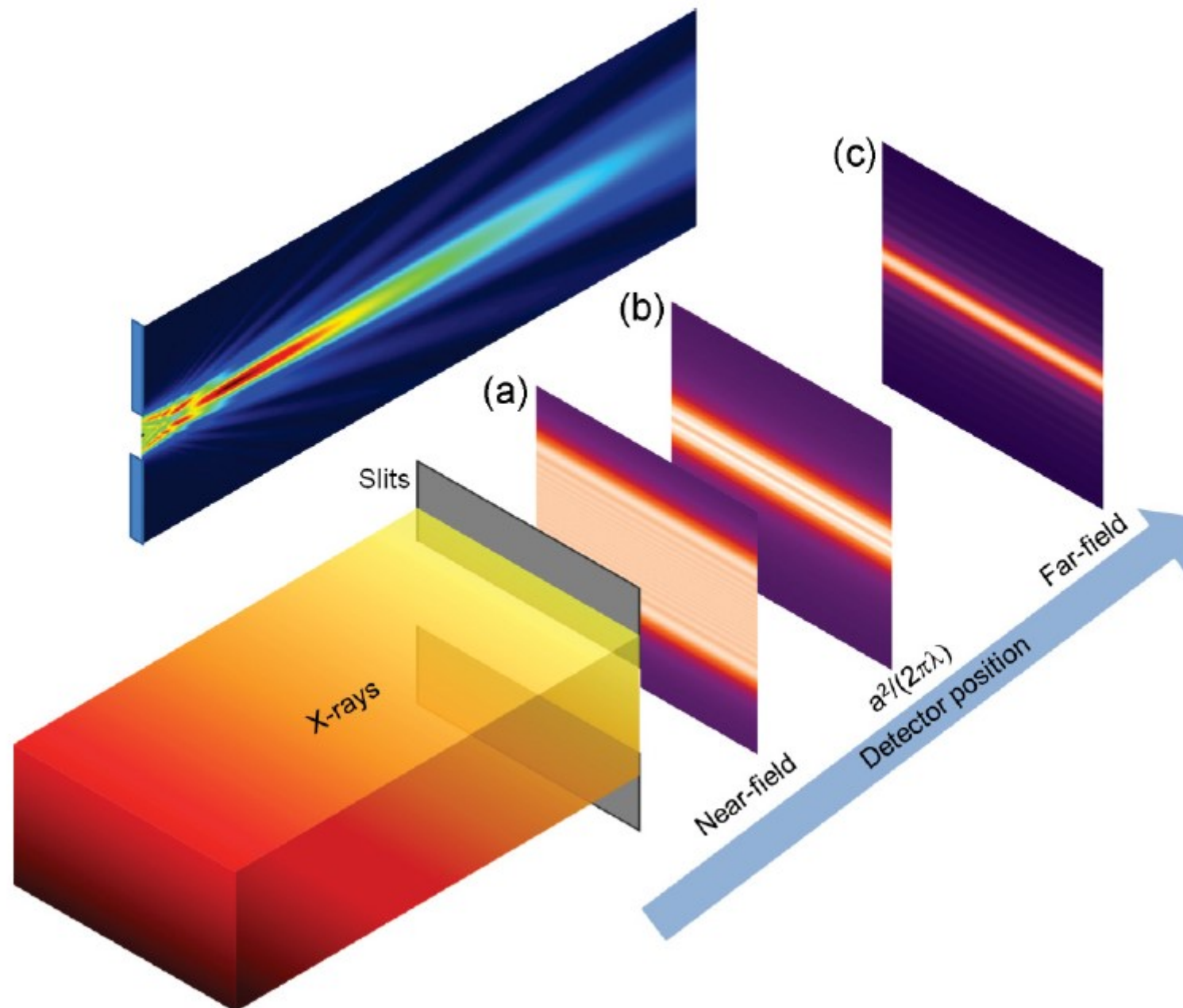
Pourquoi obtient-on une figure asymétrique ?

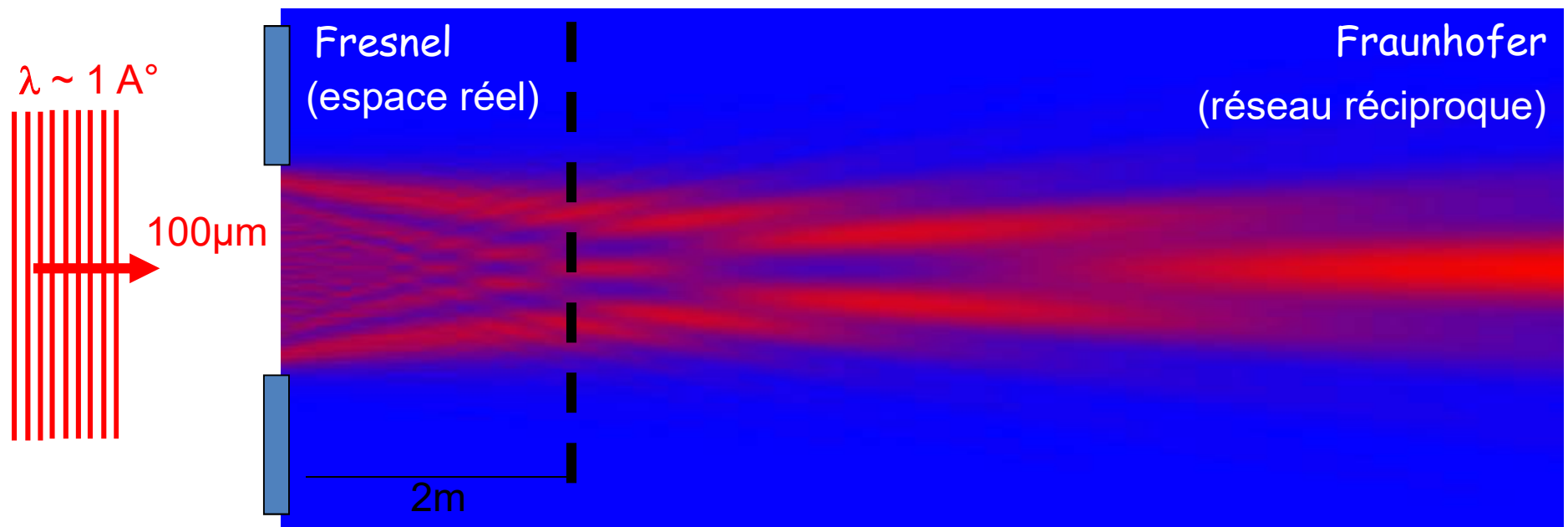


1. Cohérence du faisceau
2. Effet de coupure
2. $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$ sensible à des μm



Mesure réelle sur la ligne CRISTAL de SOLEIL



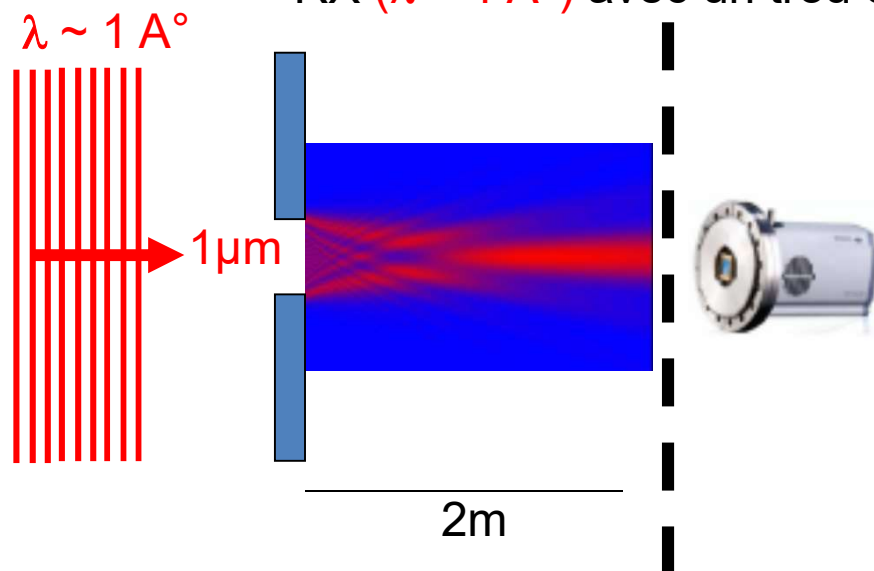


RX ($\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) avec un trou de $a=100 \mu\text{m}$:

$d_f = 100\text{m}$

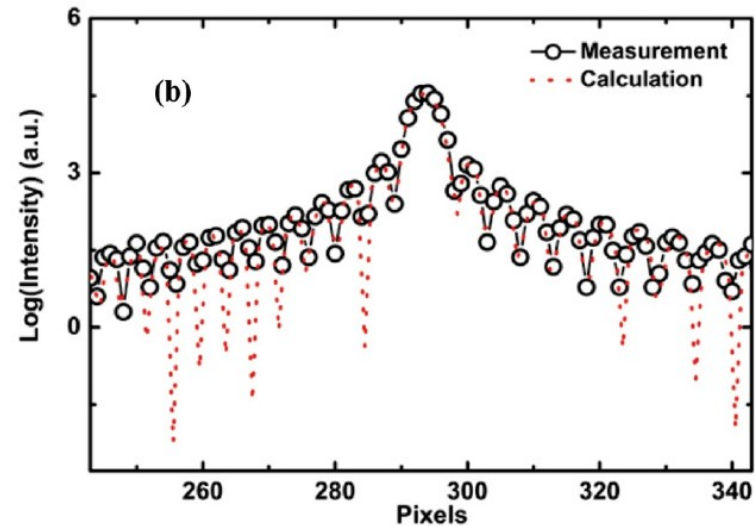
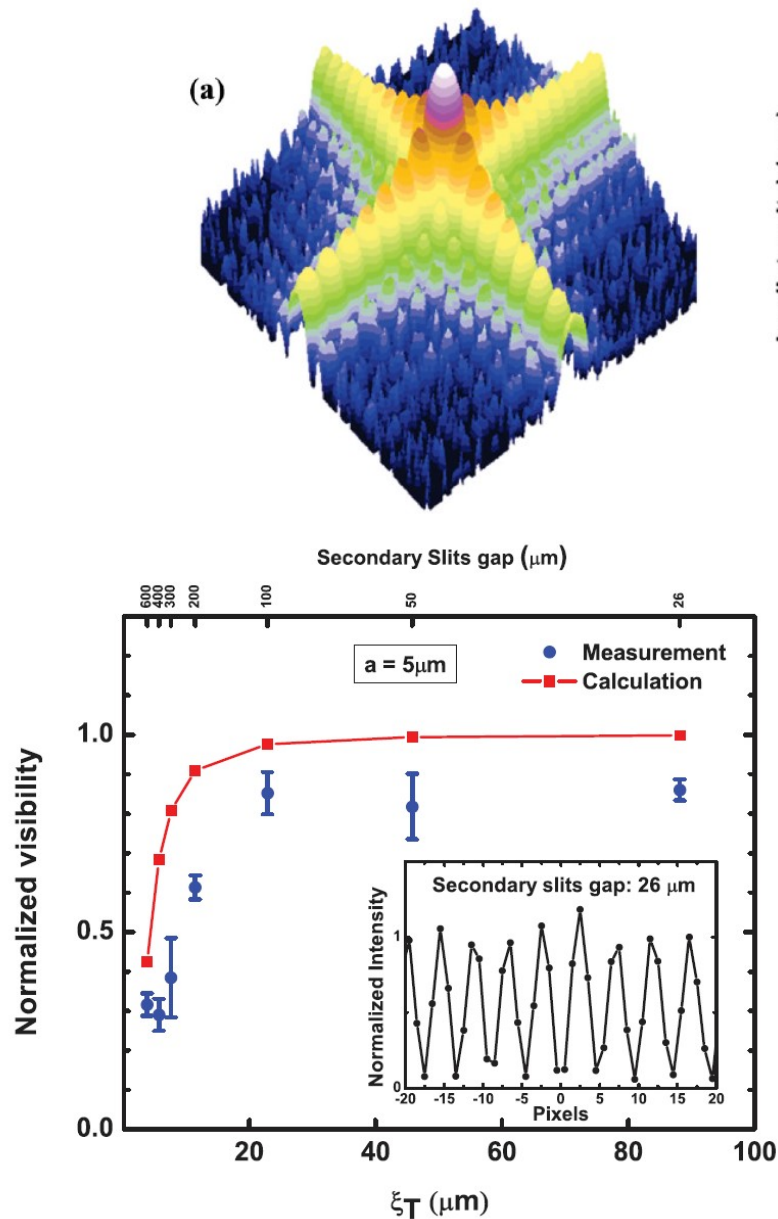
RX ($\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) avec un trou de $a=1 \mu\text{m}$:

$d_f = 2 \text{ mm}$



Ligne Cristal Soleil

Mesure de la visibilité en champ lointain sur la ligne CRISTAL de SOLEIL

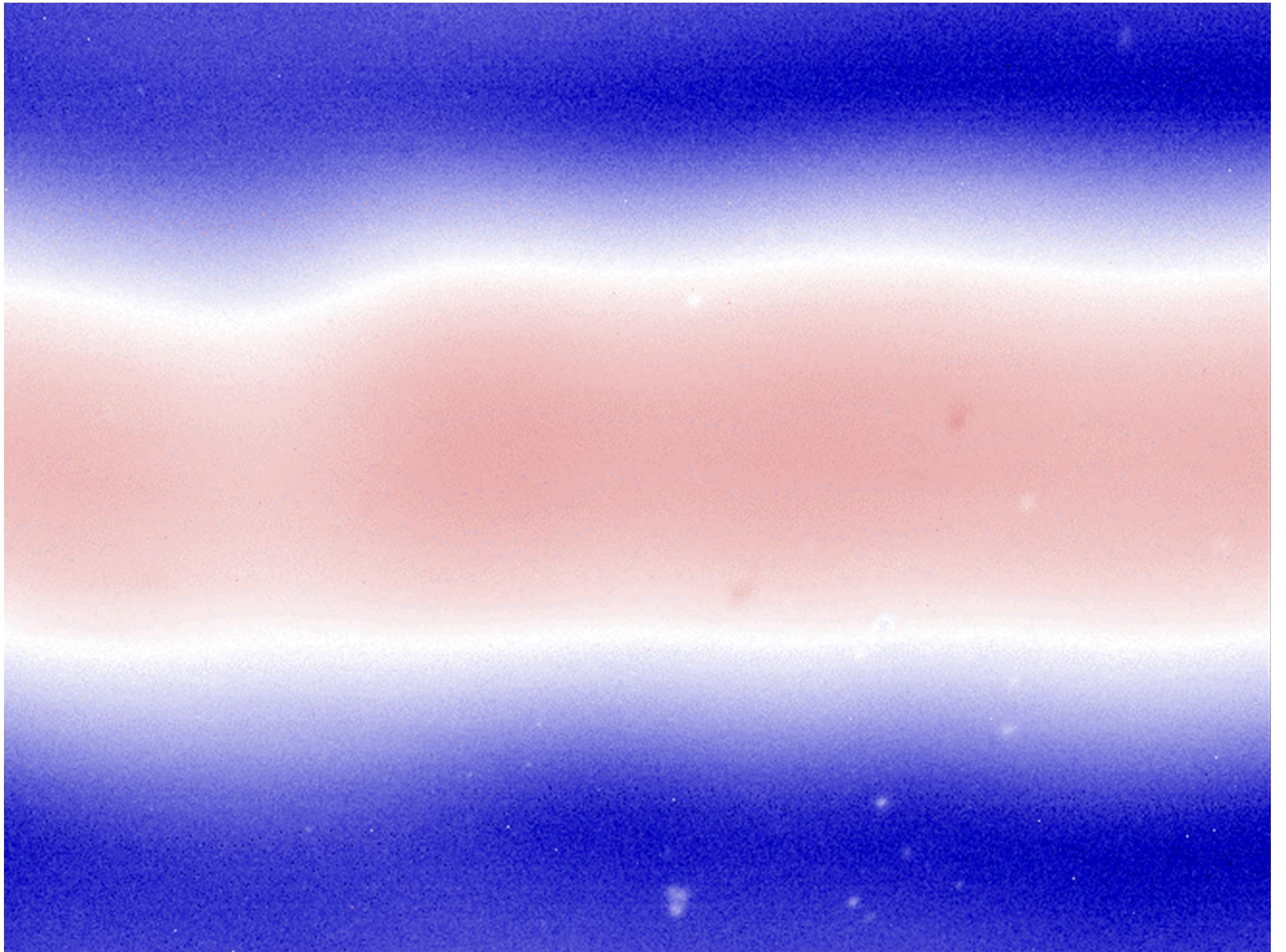


Measured visibility:

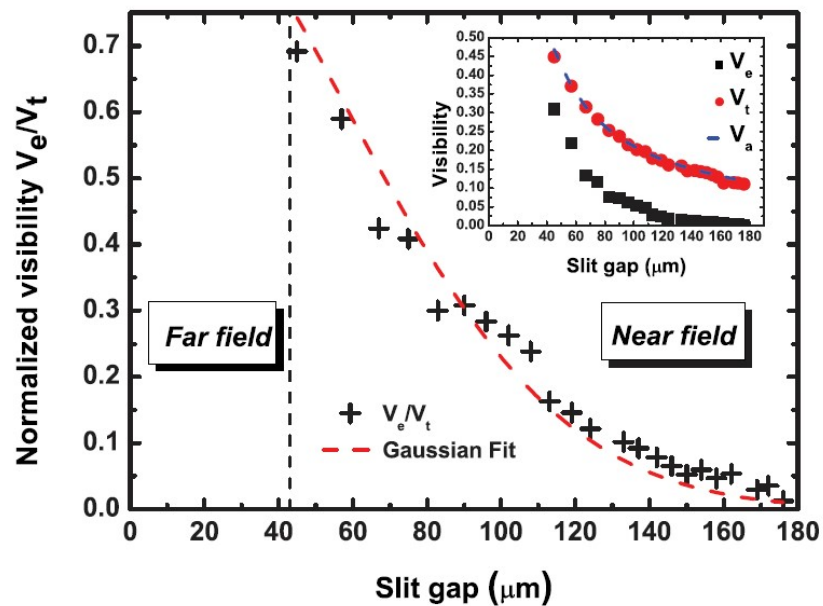
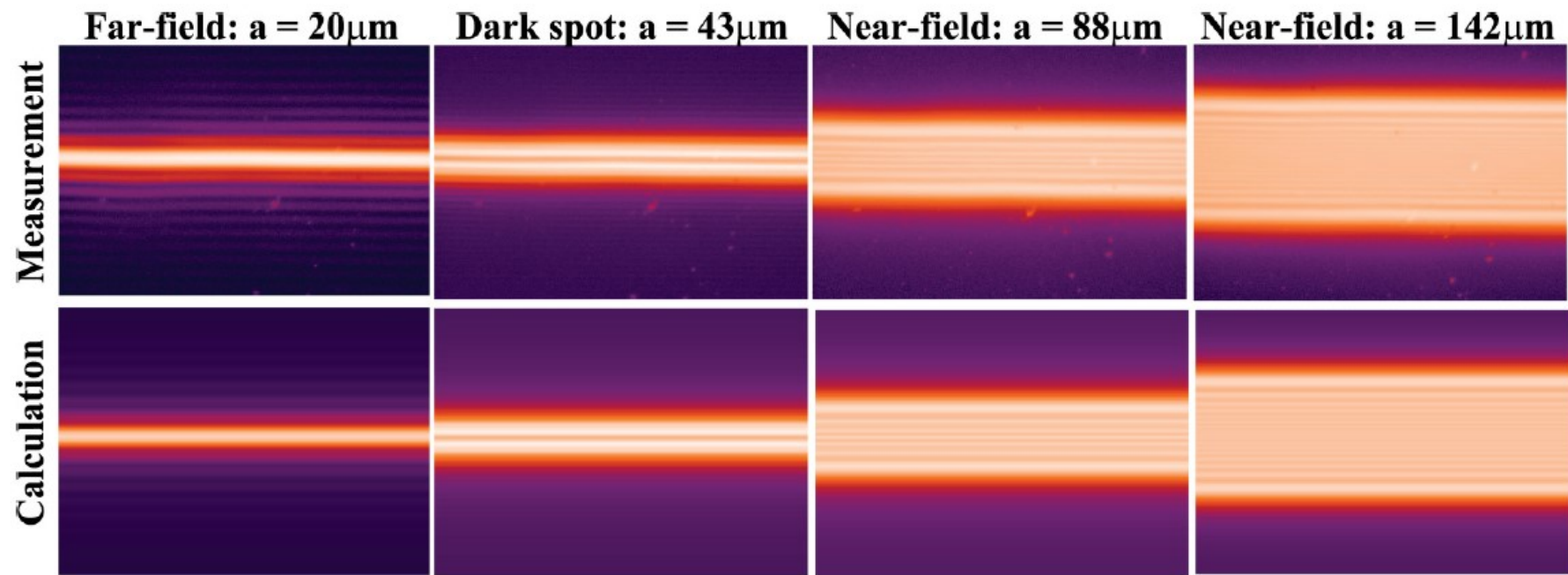
$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Calculated visibility (gaussian model):

$$V(\xi_T) = e^{-\frac{a^2}{2\xi_T^2}}$$



Mesure de la visibilité en champ proche sur la ligne CRISTAL de SOLEIL



$$\frac{V_e}{V_t}(a) = e^{-\frac{a^2}{2\xi_{TF}^2}}$$

$$\xi_{TF} = 58 \pm 2 \mu\text{m}$$

Utilisation des rayons X cohérents aujourd'hui

- Réflexions autour de la cohérence... du visible aux X
- Générer et utiliser la cohérence X - du point source au détecteur
- Utilisation des rayons X cohérents aujourd'hui
 - Que s'attend-on à voir en diffraction X sur un système désordonné?
 - Etudes structurales par analyse directe de figures de speckle
 - Dynamique prétransitionnelles dans les perovskites
 - Etude de défauts structuraux isolés
 - Imagerie par diffraction cohérente:
 - Techniques forward: CDI, holographie, ptychographie, tomographie par contraste de phase
 - En condition de Bragg: CDI, holographie, ptychographie
 - Expériences de dynamique 'lente': XPCS (forward ou Bragg)
- Nouvelles opportunités offertes par les sources de dernière génération

Apport de la cohérence X en diffraction ?

La **diffraction classique** permet de retrouver parfaitement la **structure moyenne des cristaux!** par une mesure d'une *portion de l'espace réciproque*, en appliquant des *contraintes de symétrie*, et en analysant finement les *intensités de pics de Bragg*.

La **diffraction cohérente** apporte des informations sur **les écarts à l'arrangement parfait**.

Pour un cristal contenant du désordre:

$$A(\mathbf{q}) = \sum_{uvw} F_{uvw}(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_{uvw}} = \sum_n F_n(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_n}$$

$$A^*(\mathbf{q})A(\mathbf{q}) = \sum_m \left(\sum_n F_n^* F_{n+m} \right) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_m}$$

$$\begin{aligned} \sum_n F_n^* F_{n+m} &= N(m) (\langle F_0^* F_m \rangle + \Delta_m) \\ &= |\langle F \rangle|^2 + \langle \phi_0^* \phi_m \rangle \end{aligned}$$

Fluctuation par rapport à la position moyenne

avec

$$\phi_n = F_n - \langle F_n \rangle \quad \text{Écart aux facteurs de structure moyens}$$

Intensité obtenue dans le cas d'un cristal désordonné

$$I_{tot}(q) = I_B(q) + I_{DD}(q) + I_S(q)$$

$$I_B(\mathbf{q}) = |\langle F \rangle|^2 \sum_{hkl} \frac{|\Sigma(\mathbf{q} - \mathbf{Q}_{hkl})|^2}{v^2} \longrightarrow \text{Terme de diffraction}$$

$$I_{DD}(\mathbf{q}) = \sum_m N(m) \langle \phi_0^* \phi_m \rangle e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_m} \longrightarrow \text{Terme de diffusion diffuse}$$

$$I_S(\mathbf{q}) = \sum_m N(m) \Delta_m e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_m} \longrightarrow \text{Terme de speckle}$$

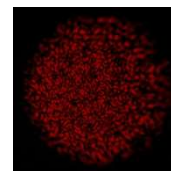
Transformée de Fourier des fluctuations

Produit des interférences sur le signal diffracté, appelées **speckles (tavelures)**

Visible avec un faisceau cohérent, si les **fluctuations temporelles sont lentes par rapport au temps d'acquisition**

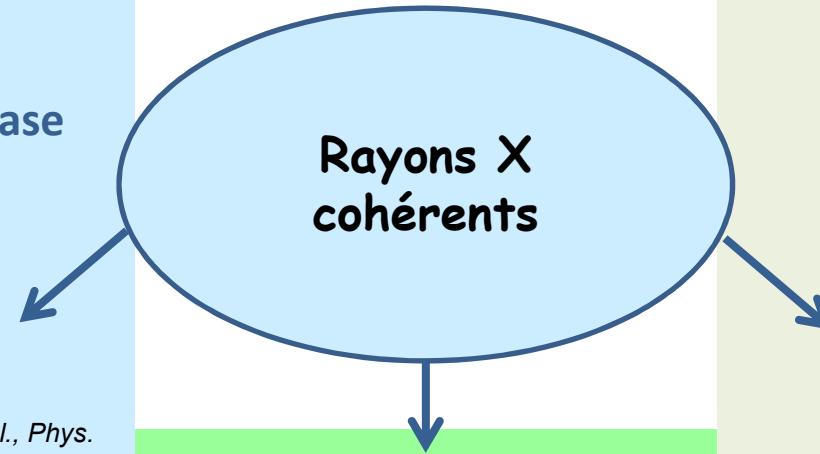


$$I(\mathbf{q}) = |\langle A(\mathbf{q}) \rangle|^2$$

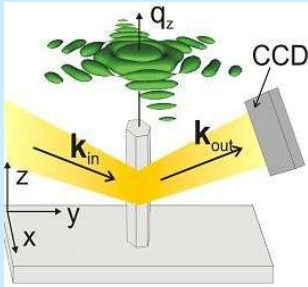


$$I(\mathbf{q}) = |A(\mathbf{q})|^2$$

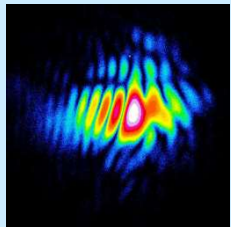
Plusieurs manières d'exploiter la cohérence des rayons X



Imagerie: Reconstruction de la phase (CDI, Ptychographie Holographie)



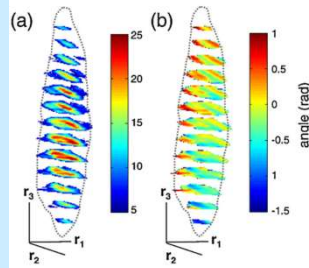
A. Diaz et al., *Phys. Rev. B* 79, 125324 (2009)



Réflexion de
Bragg par un grain
d'or de 500nm

N. Vaxelaire et al., *Nucl. Inst. Meth. Phys. Res.* **268**, 388 (2010)

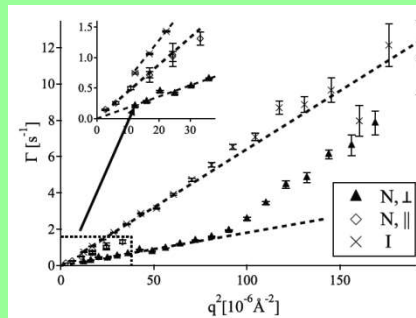
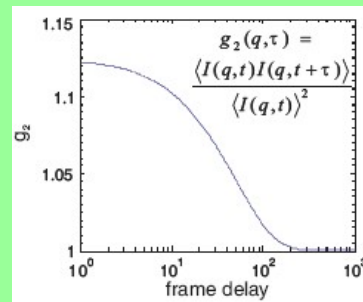
→ Champ de déplacement



V. Chamard et al.,
Phys. Rev. Lett. **104**, 165501 (2010)

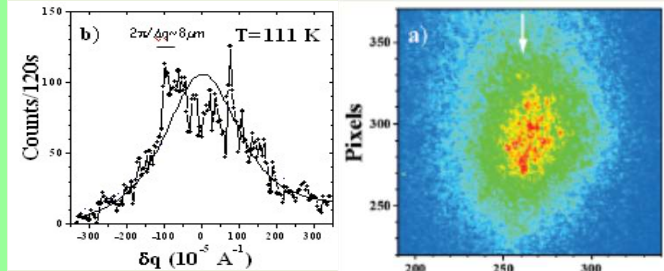
Rayons X cohérents

XPCS: dynamique



A.S. Poulos, *J. Chem. Phys.* **132**, 091101 (2010)

Étude directe des interférences



SrTiO3

S. Ravy et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 105501

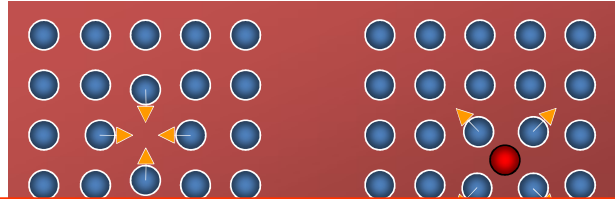
→ Transitions de phase
→ Défauts de phase

Classification des défauts par dimensionalité

Défauts topologiques: ne peuvent pas être supprimés par des déplacements atomiques

Dimension 0

- Lacune
- Interstitiel



Observés aux grands angles

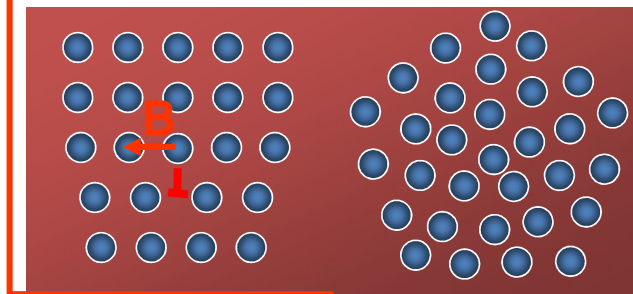
Diffusion diffuse

Diffusion de Huang

Pas d'étude en cohérence

Dimension 1

- Dislocations
- Désinclinaisons



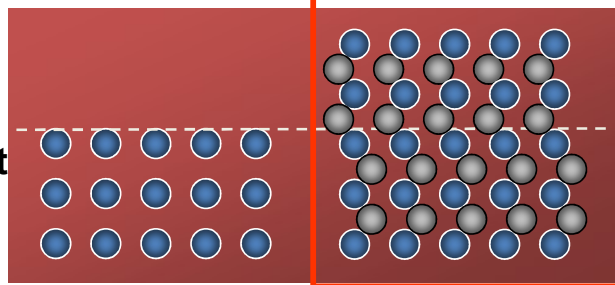
Diffusion diffuse bien connue

Effets en cohérence

Dédoublément des pics de Bragg

Dimension 2

- Surface
- Fautes d'empilement



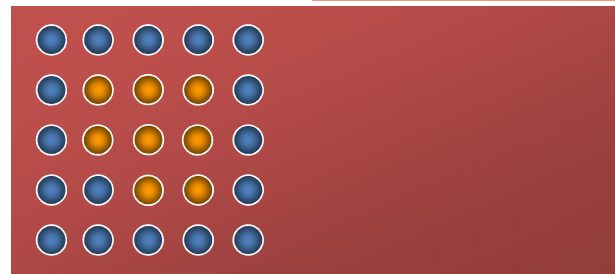
Surface: tige de troncature
(aussi en diffraction cohérente)

Fautes d'empilement: tiges

+dédoublément des pics de Bragg

Dimension 3

- Précipités



Etude en cohérence:

Takahashi et al.

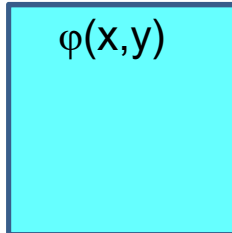
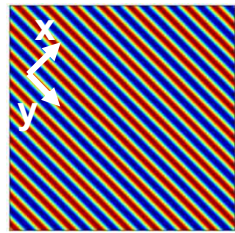
Appl. Phys. Lett 90, 184105 (2007)

Effet d'une dislocation unique sur un Bragg en cohérent

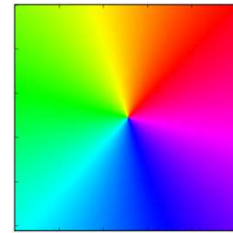
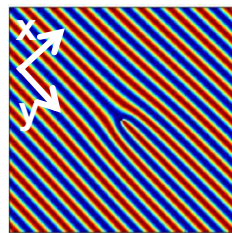
$$R(x, y, z) = \cos \left(\frac{2\pi x}{a} + \varphi(x, y) \right) \quad \text{Constantes élastiques} \quad \text{Position de la ligne}$$

$$\varphi(x, y) = -\frac{\pi}{2} * \text{sgn}(y - y_0) + \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \frac{x - x_0}{y - y_0} \right)$$

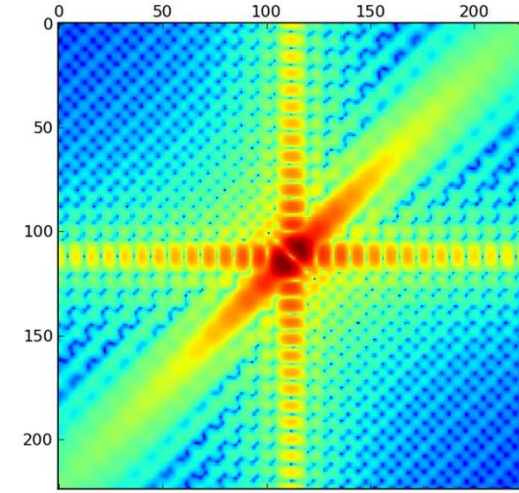
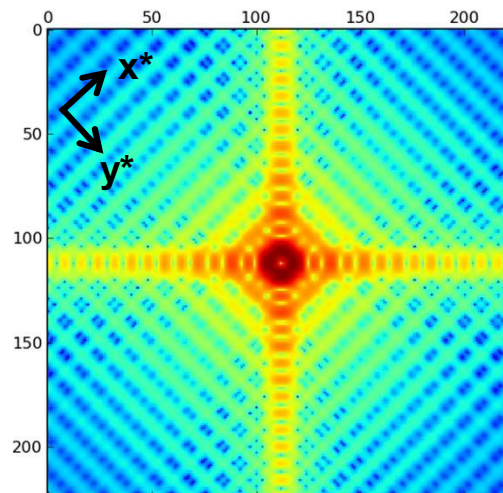
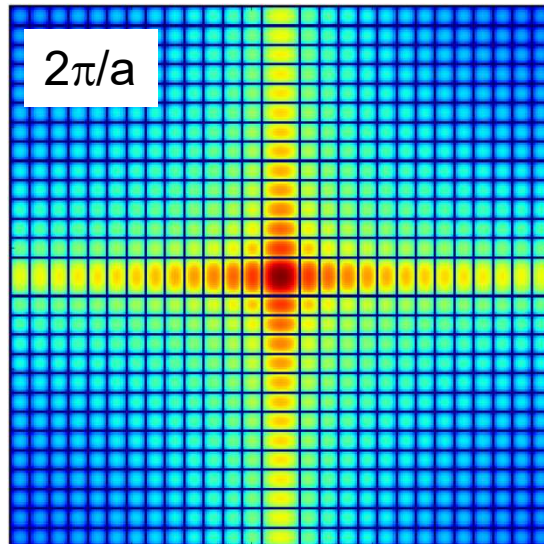
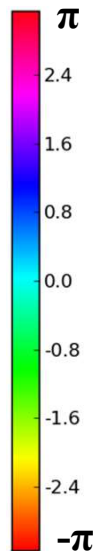
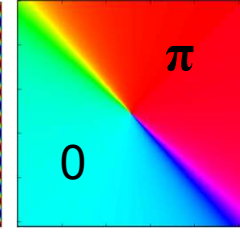
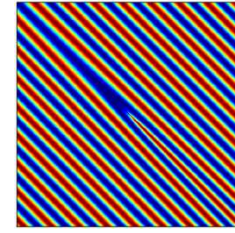
Espace réel



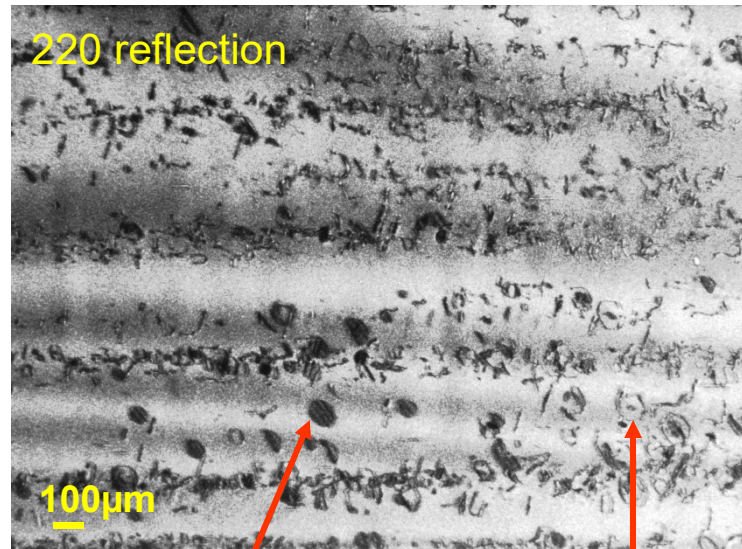
$K_y/K_x = 1$



$K_y/K_x = 100$



Des boucles de dislocation dans un échantillon de Si particulier



Dislocation partielle
avec faute d'empilement

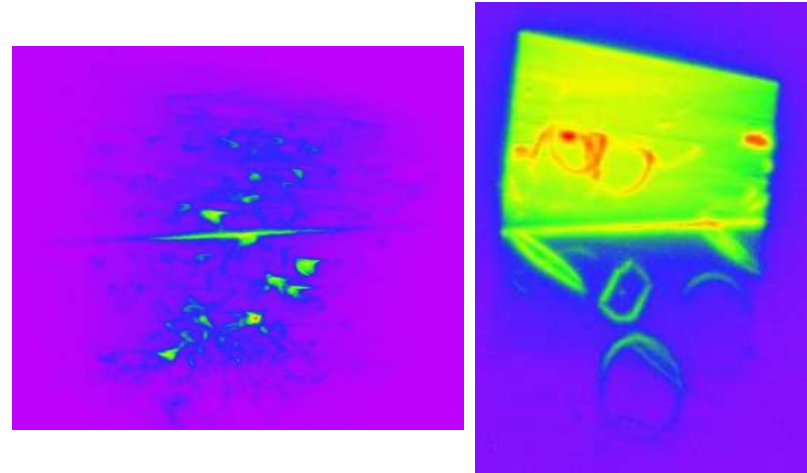
Boucle prismatique

Préparation échantillon:

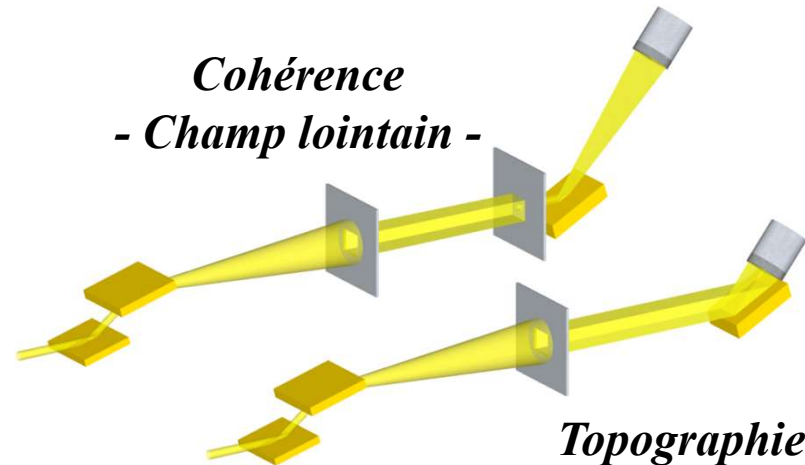
Croissance sous O_2

Recuit 35h sous O_2

Concentration défauts: 10^{18} cm^{-3}

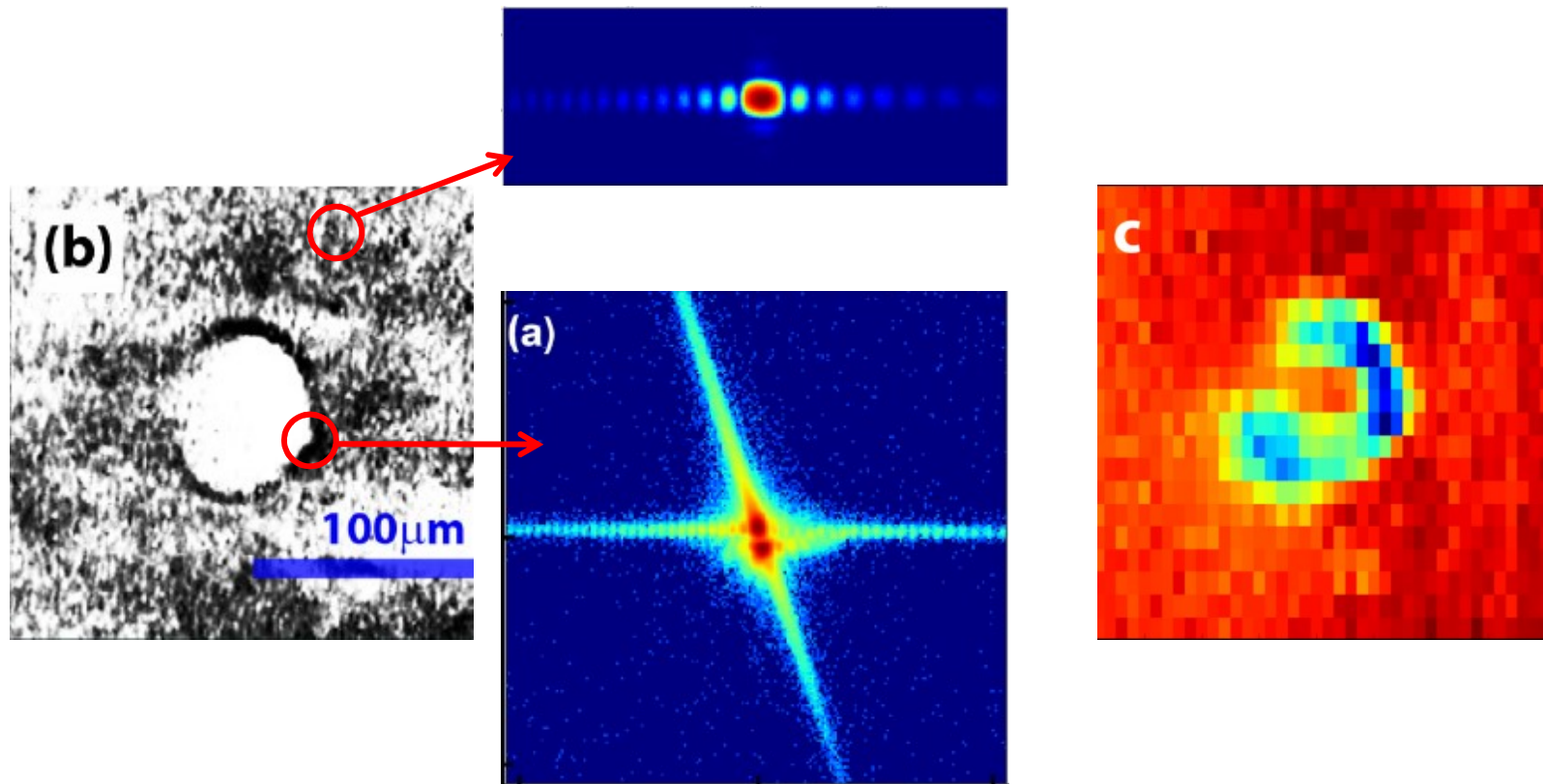


Cohérence
- Champ lointain -



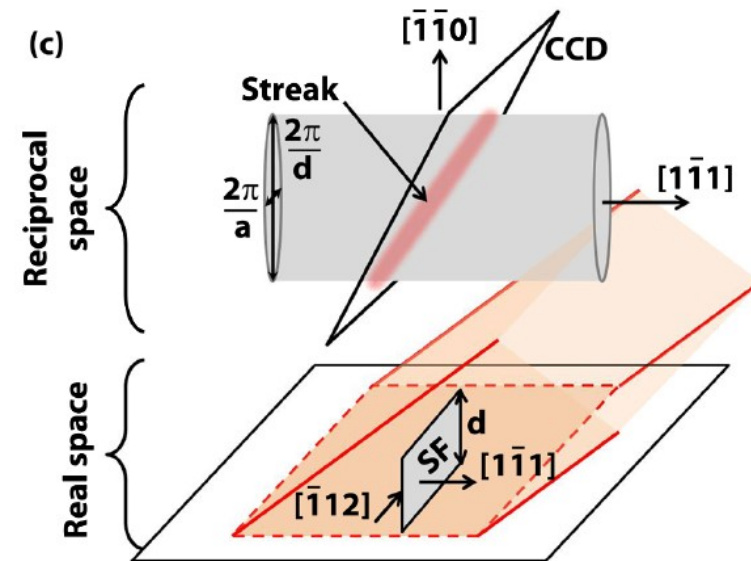
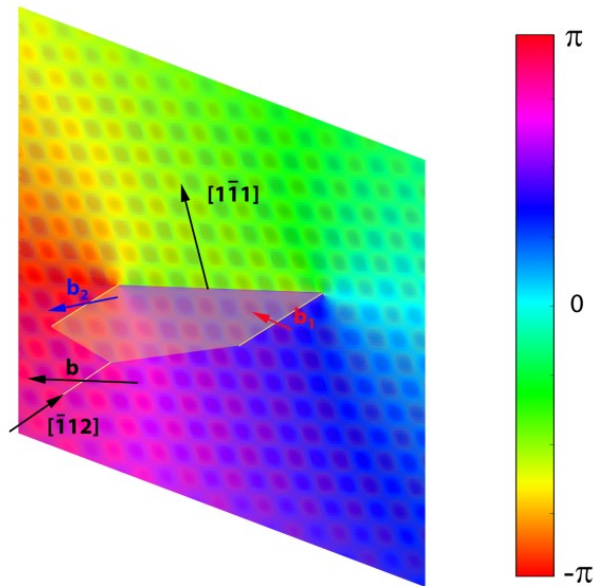
Topographie
- Champ proche -

Imagerie directe de la ligne de dislocation à l'aide d'un faisceau cohérent



Résolution: $5\mu\text{m}$

Mise en évidence d'une dissociation de grande taille

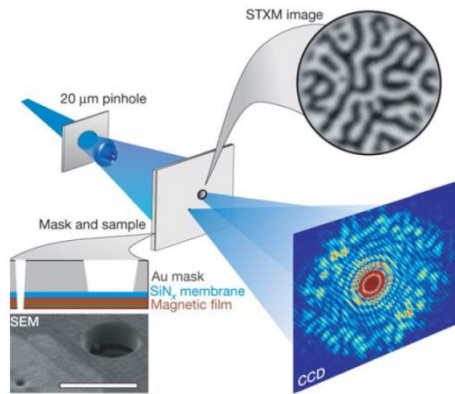


$d \sim 500 \text{ nm}$

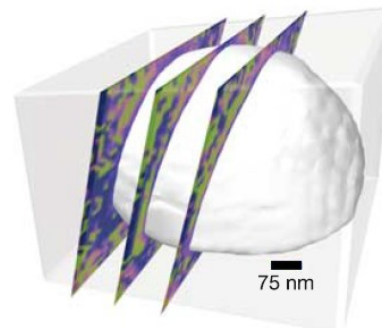
L'imagerie sans lentille grâce aux faisceaux cohérents

Principe: retrouver la phase perdue lors de la mesure...
Plusieurs techniques...

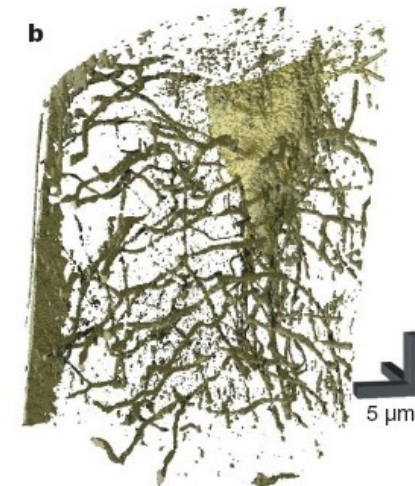
Holographie



Imagerie par Diffraction Cohérente Coherent Diffraction Imaging (CDI)



Ptychographie



Ces techniques peuvent être réalisées:

- en transmission près du centre de l'espace réciproque: imagerie de la densité locale
- En diffraction aux grands angles : intervention du champ de déformation local

$$A(\mathbf{q}) = \sum_n F_n(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_n}$$

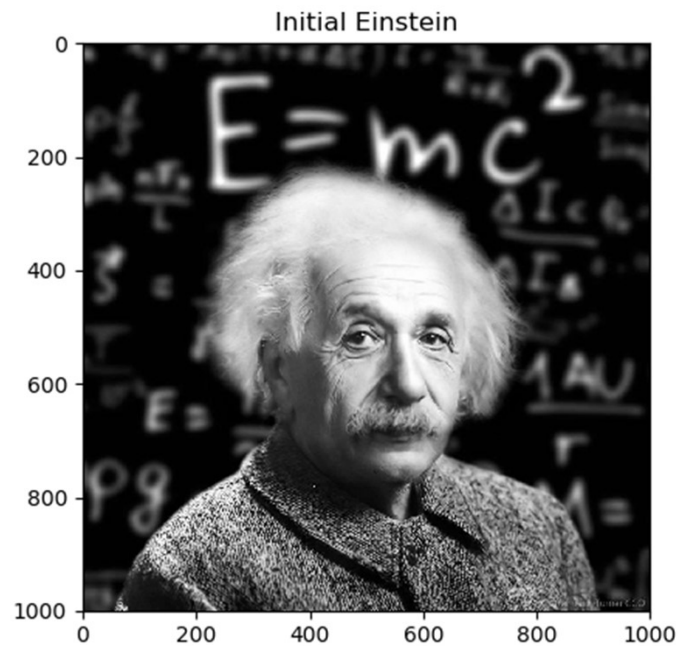
$$\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_0 + \mathbf{u}_n$$

$$A(\mathbf{q}) = \sum_n F_n(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{u}_n}$$

Phase !

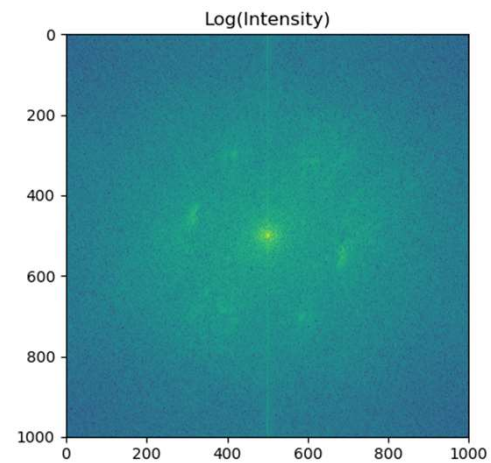
La transformée de Fourier... un objet complexe !

$$FFT_{Einstein}(q) = \rho_{Einstein}(q)e^{i\varphi_{Einstein}(q)}$$

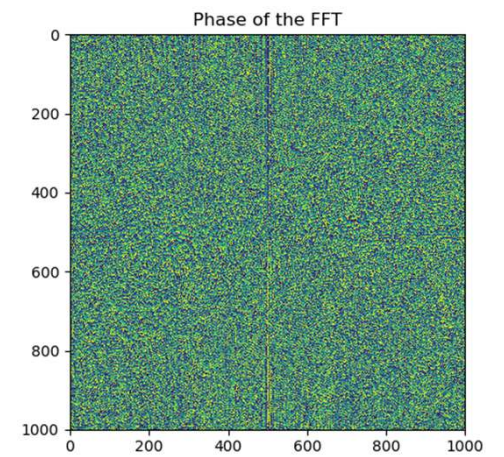


FFT

$$I_{Einstein}(q) = |\rho_{Einstein}(q)|^2$$

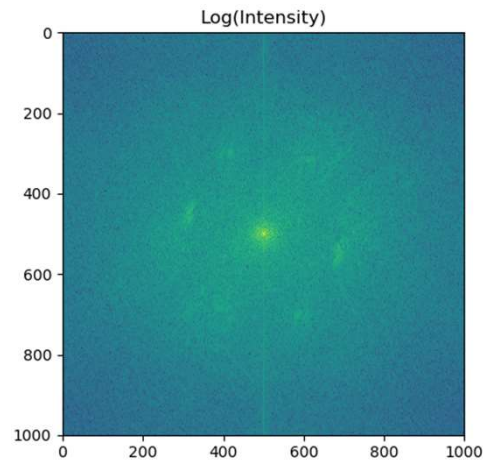


$$\varphi_{Einstein}(q)$$

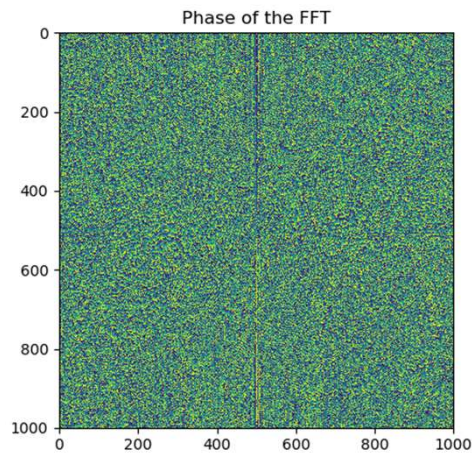


Et son inverse ... complexe aussi !

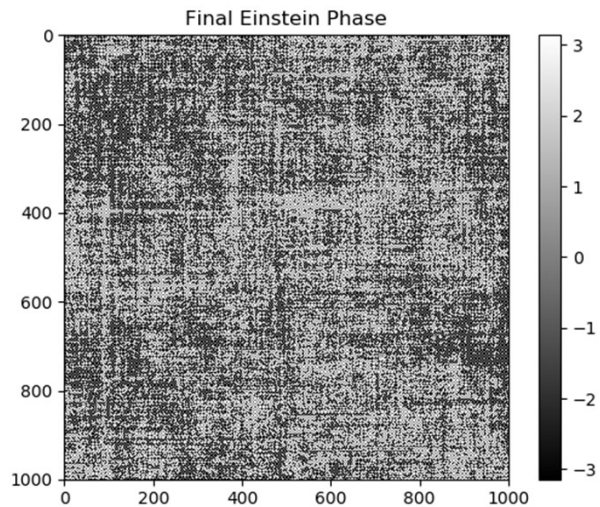
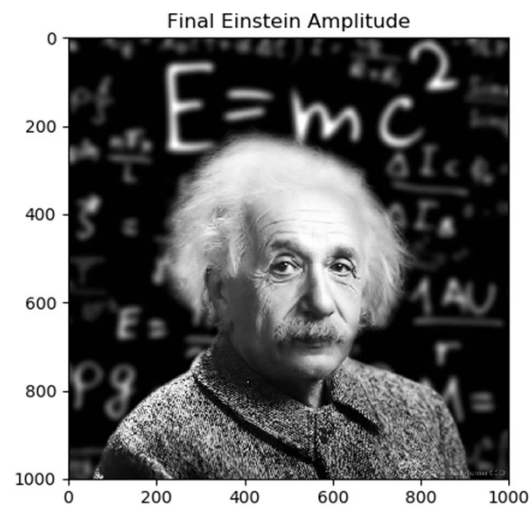
$$I_{Einstein}(q) = |\rho_{Einstein}(q)|^2$$



$$\varphi_{Einstein}(q)$$



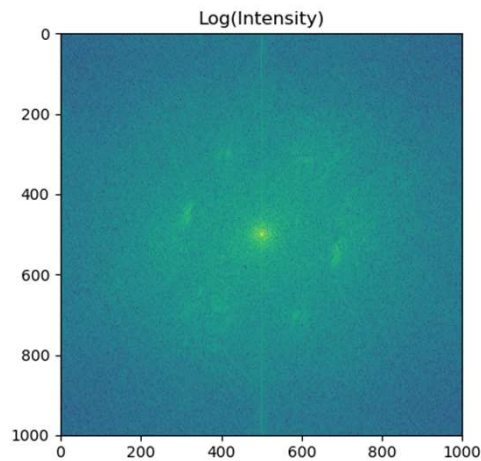
$$FFT_{Einstein}^{-1}(FFT_{Einstein}(q))$$



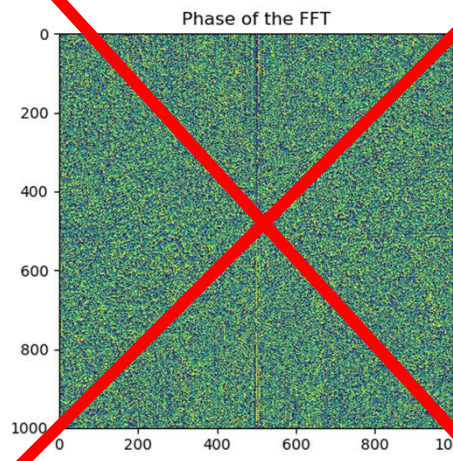
OK!

Et sans la phase?

$$I_{Einstein}(q) = |\rho_{Einstein}(q)|^2$$



$$\varphi_{Einstein}(q)$$



$$f(x) = |f(x)| \exp[-i\eta(x)]$$

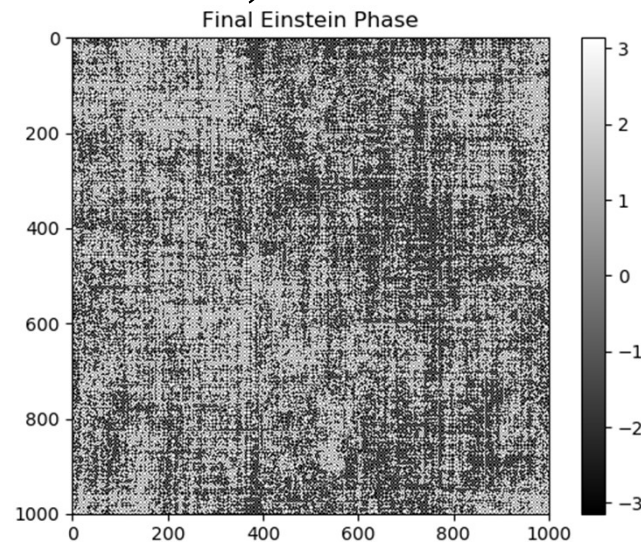
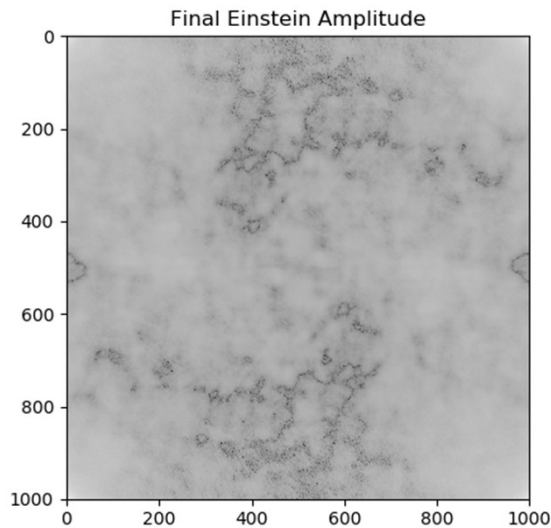
$$|F(q)|^2 = F(q) \times F(q)^*$$

$$|F(q)|^2 = T.F.[f(x) \otimes f(x)]$$



$$FFT_{Einstein}^{-1} \left(\sqrt{|\rho_{Einstein}(q)|^2} \right)$$

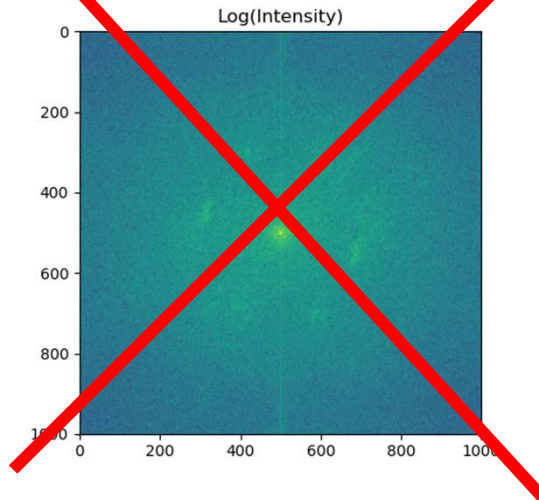
$$T.F.^{-1}[|F(q)|^2] = f(x) \otimes f(x)$$



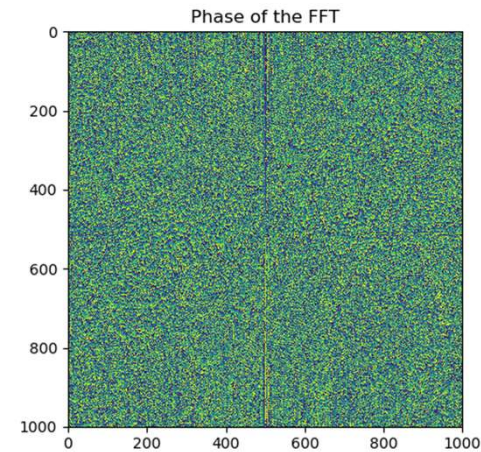
=> autoconvolution

La phase de la TF contient beaucoup d'informations...

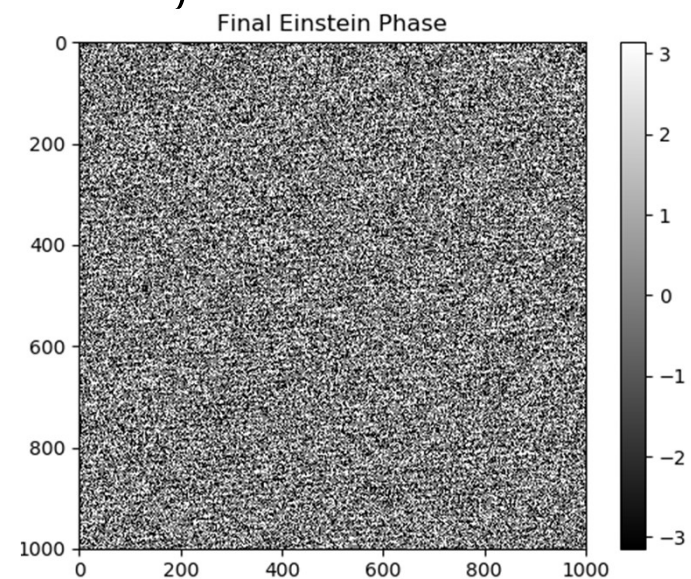
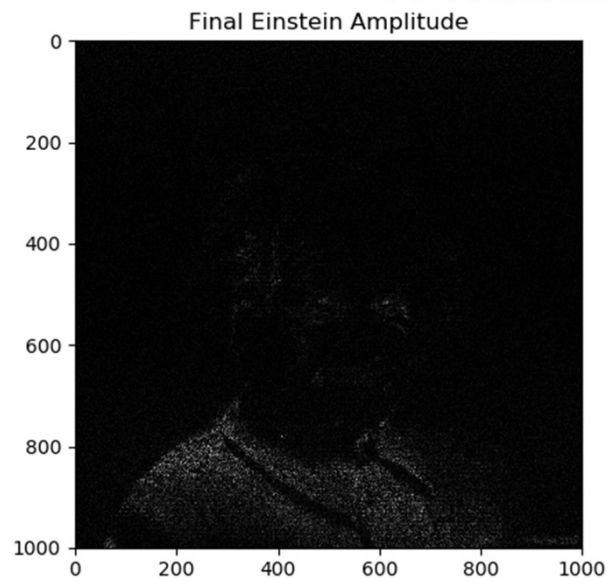
$$I_{Einstein}(q) = |\rho_{Einstein}(q)|^2$$



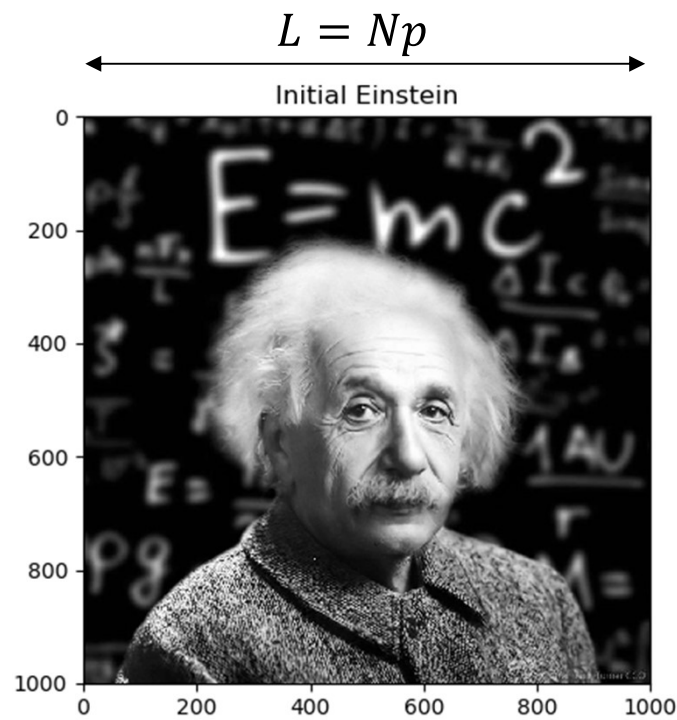
$$\varphi_{Einstein}(q)$$



$$FFT_{Einstein}^{-1}(e^{i\varphi_{Einstein}(q)})$$



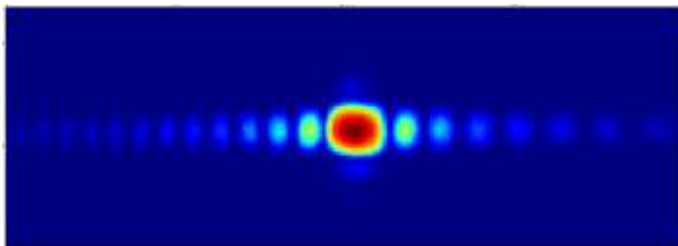
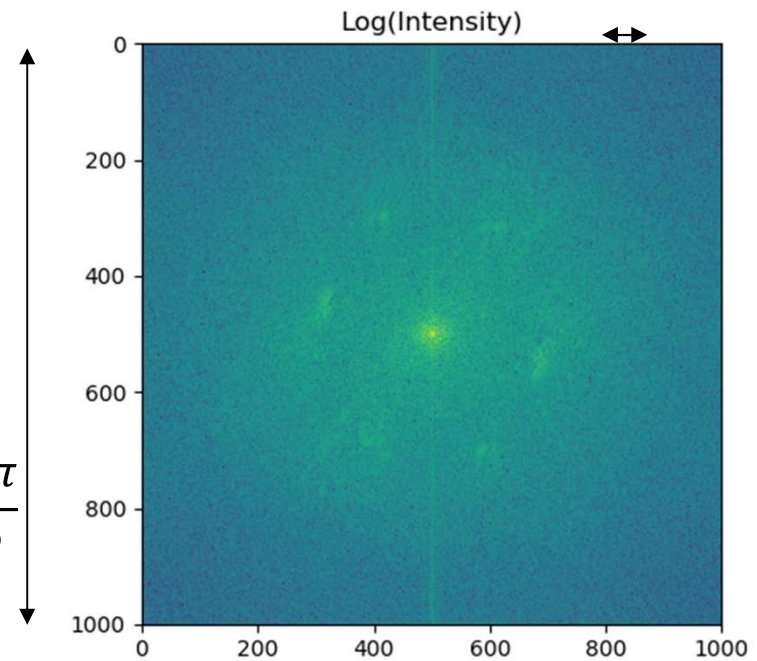
Echantillonnage



FFT

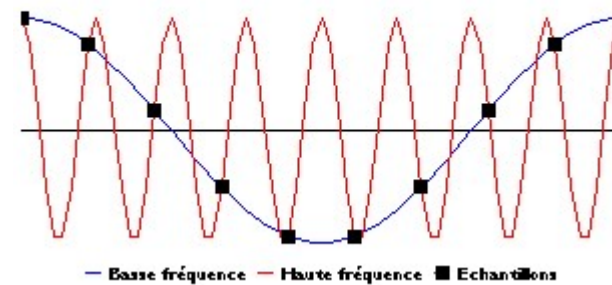
$$Q = \frac{2\pi}{p}$$

$$\Delta q = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{Np} = \frac{Q}{N}$$

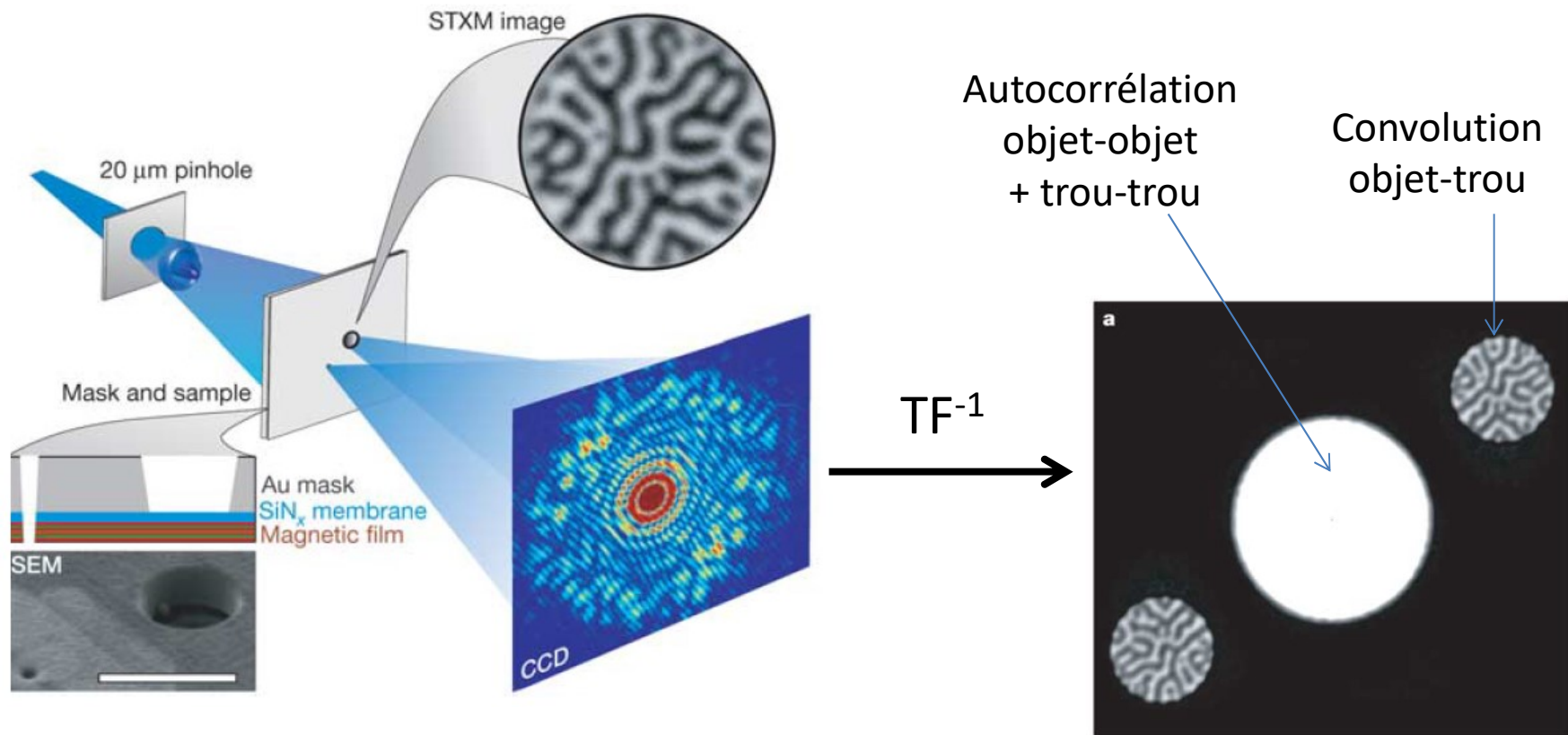


Nyquist Shannon

Echantillonnage



Holographie X sur un système à domaines magnétiques (CoPt)



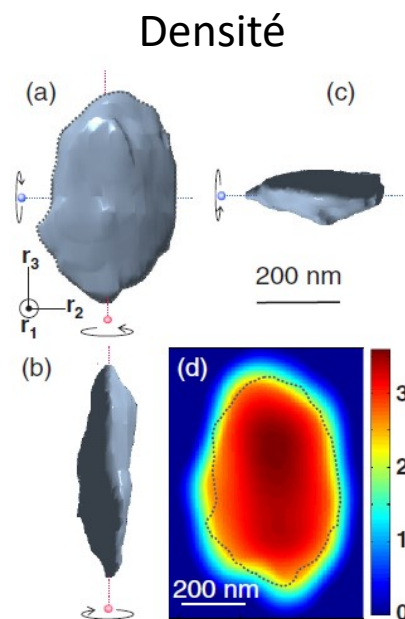
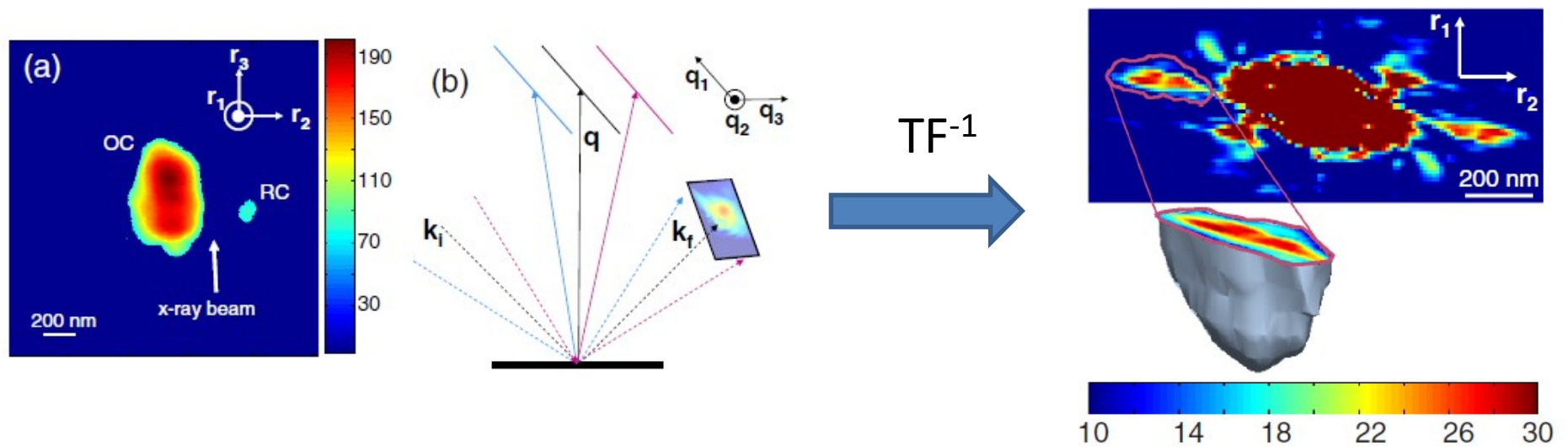
Lensless imaging of magnetic nanostructures by X-ray spectro-holography

S. Eisebitt¹, J. Lüning², W. F. Schlotter^{2,3}, M. Lörger¹, O. Hellwig^{1,4}, W. Eberhardt¹ & J. Stöhr²



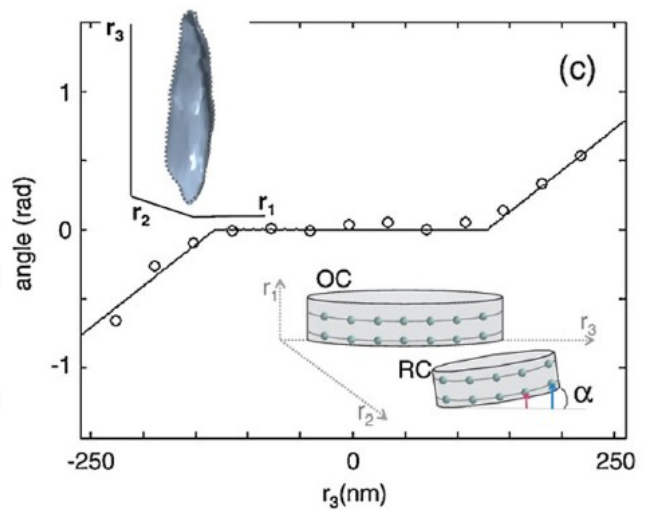
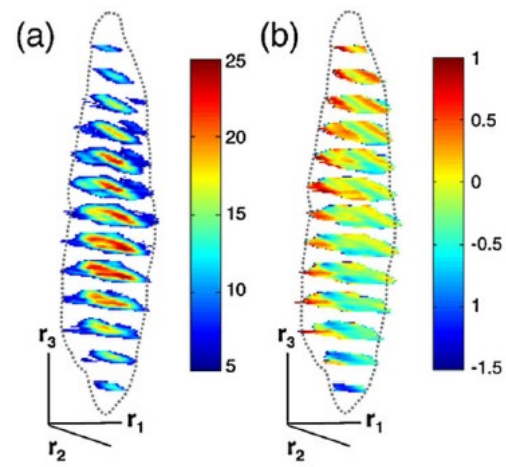
Eisebitt *et al.*, Nature 432, 885 (2004)

Holographie X en condition de Bragg



Densité

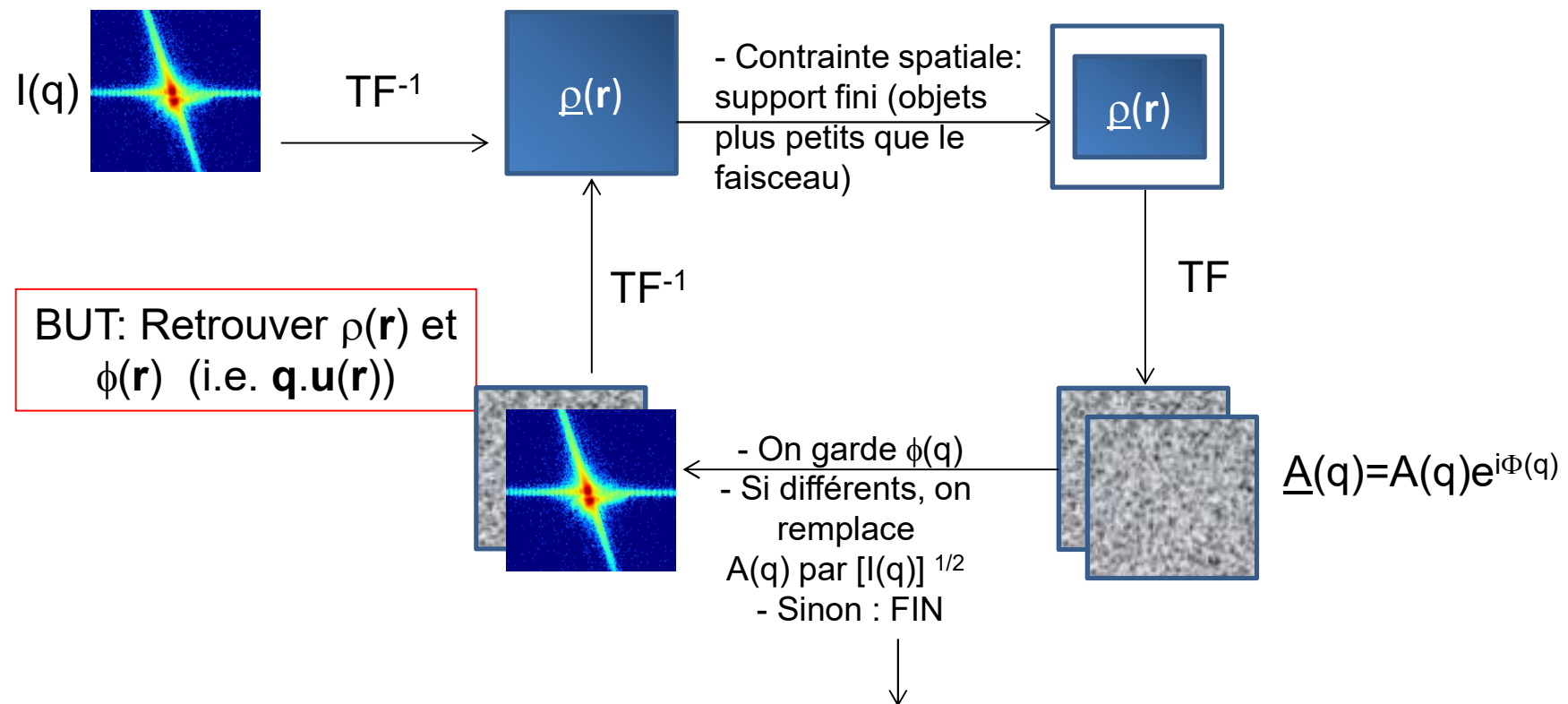
Phase



Algorithmes de reconstruction de phase pour le CDI

Retrouver la phase perdue lors de la mesure à l'aide d'un algorithme effectuant des TF et TF^{-1} en boucle, jusqu'à ce qu'il converge vers une solution, en appliquant des contraintes dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier.

Coherent Diffraction Imaging (CDI): algorithme de reconstruction de la phase



Première réalisation de CDI en forward

Fourier space constraints

real space constraints

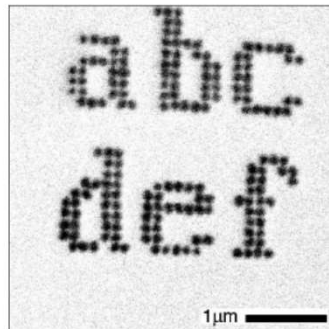
$$g_i(\mathbf{x}) \xrightarrow{\mathcal{F}} G_i(\mathbf{k}) = |G| e^{i\phi} \longrightarrow G'_i(\mathbf{k}) = |F(\mathbf{k})| e^{i\phi} \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} g'_i(\mathbf{x}) \longrightarrow g_{i+1}(\mathbf{x})$$

- The error can only decrease... or stay the same.

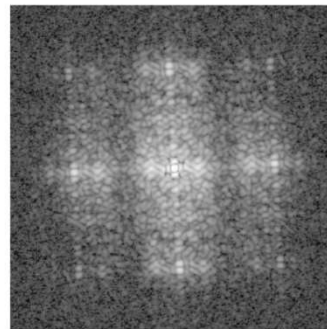
J. R. Fienup *Optics Letters* **3** 27-29 (1978)

J. Miao, D. Sayre and H. N. Chapman *JOSA A* **15** 1662-1669 (1988)

Experimental realization – 2D



Original image



Diffraction pattern



Reconstructed image

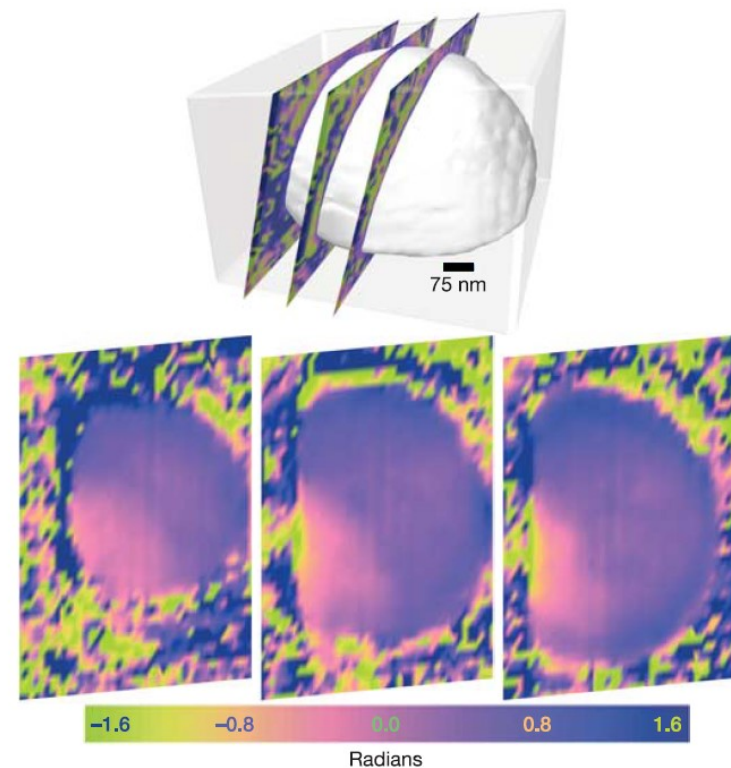
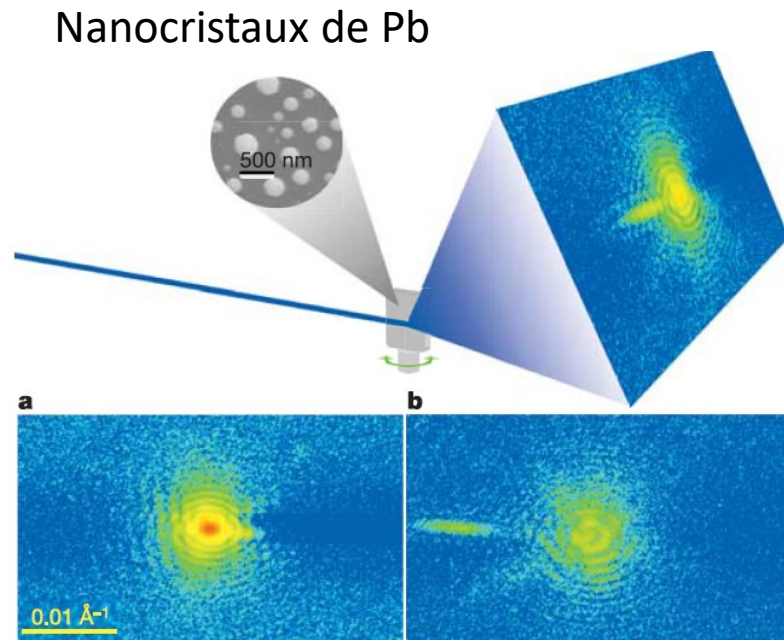
J. Miao *et al.* *Nature* **400** 342-344 (1999)

CDI en condition de Bragg: accès au champ de déformation

Three-dimensional mapping of a deformation field inside a nanocrystal

Mark A. Pfeifer^{1,†}, Garth J. Williams^{1,†}, Ivan A. Vartanyants^{1,†}, Ross Harder¹ & Ian K. Robinson^{1,†}

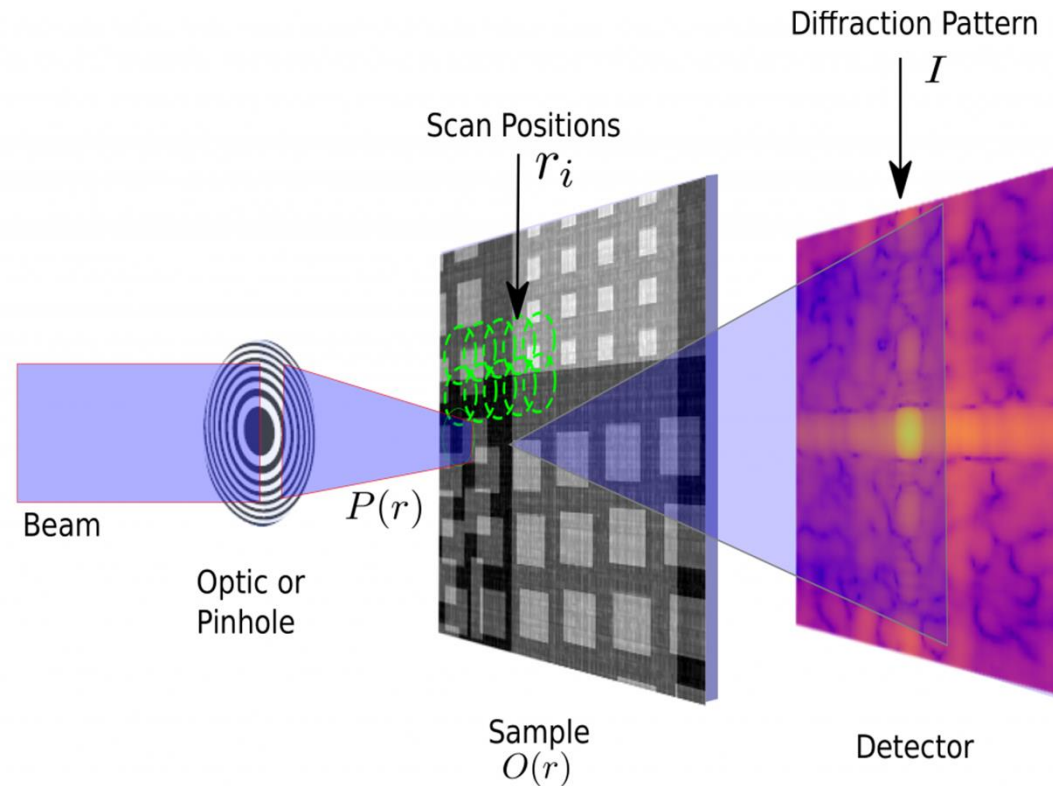
Reconstruction de la phase projetée
sur la direction des plans du Bragg



Nature 442, 63 (2006)

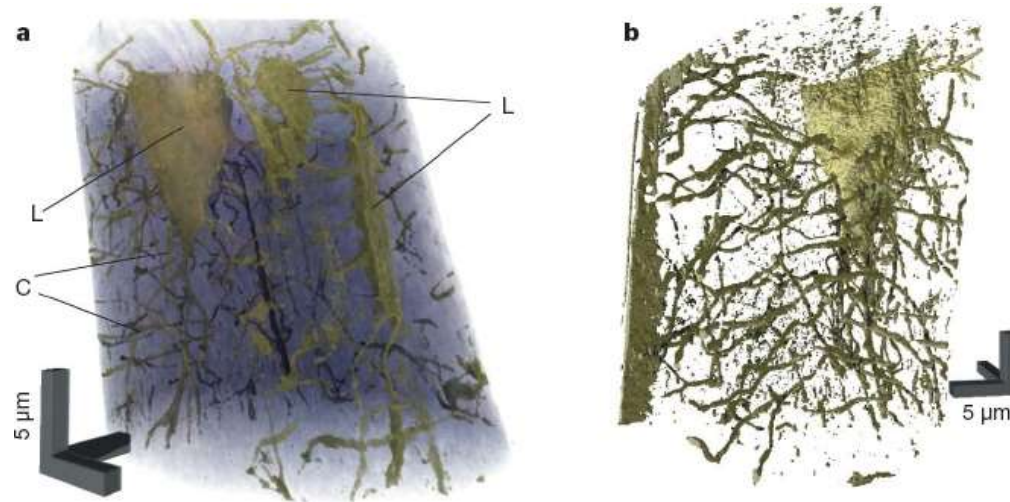
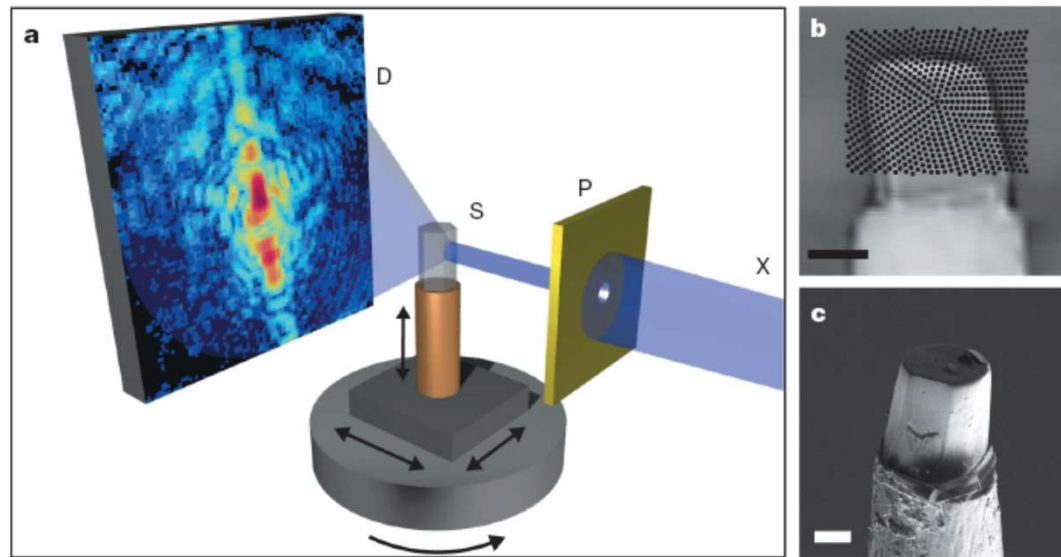
Ptychographie: imagerie sans lentille sur 'gros' échantillon

'gros' = plus grands que le faisceau cohérent utilisé...



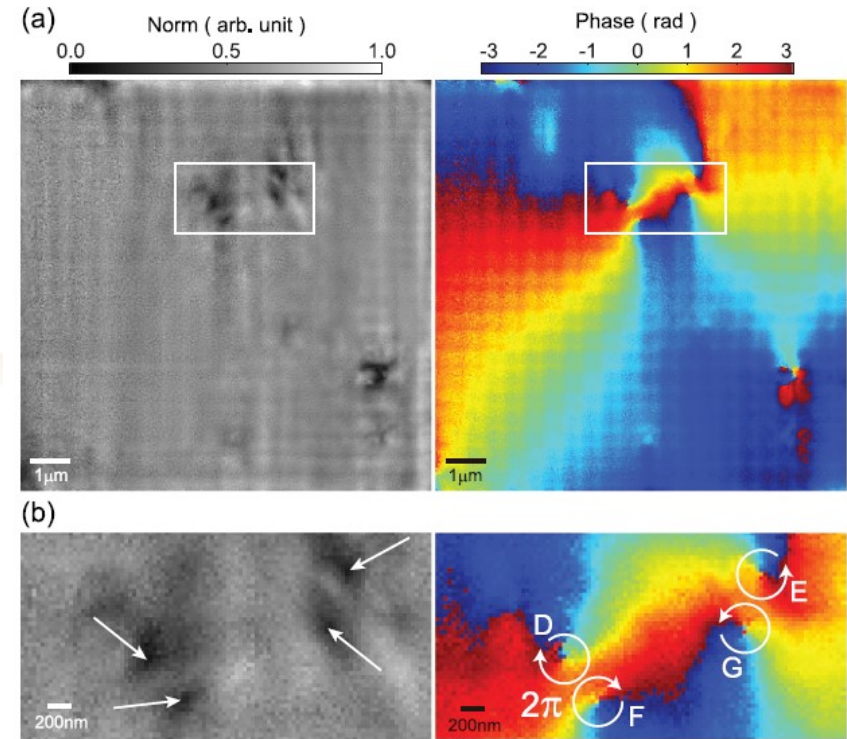
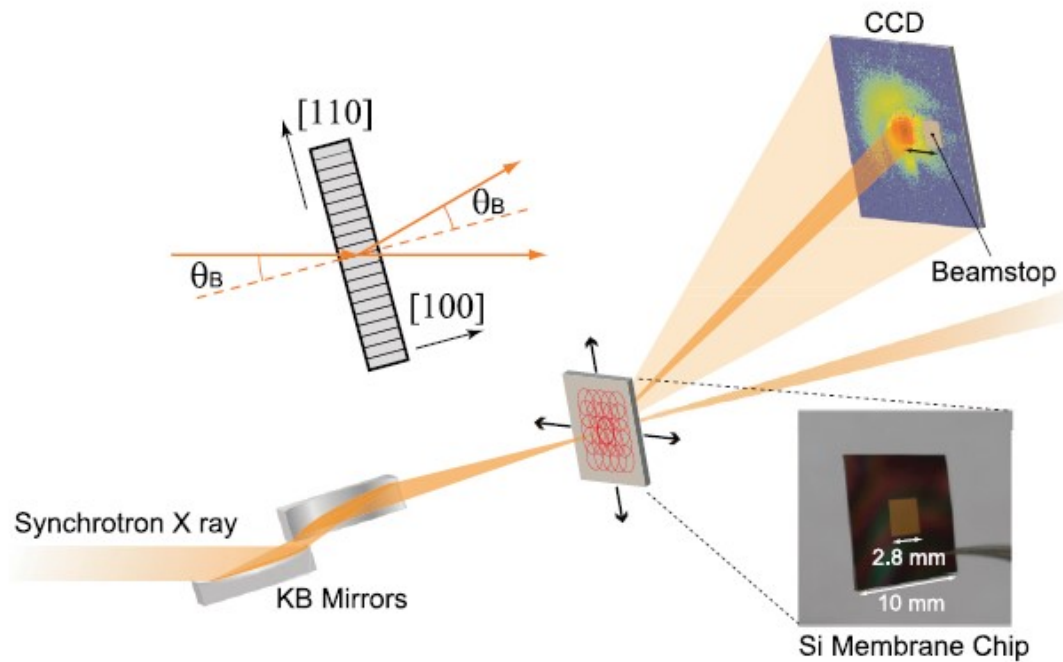
On applique l'algorithme CDI pour chaque image prise en chaque position
Contrainte espace réel: recouvrement entre positions

Ptychographie tomographique sur un os de souris



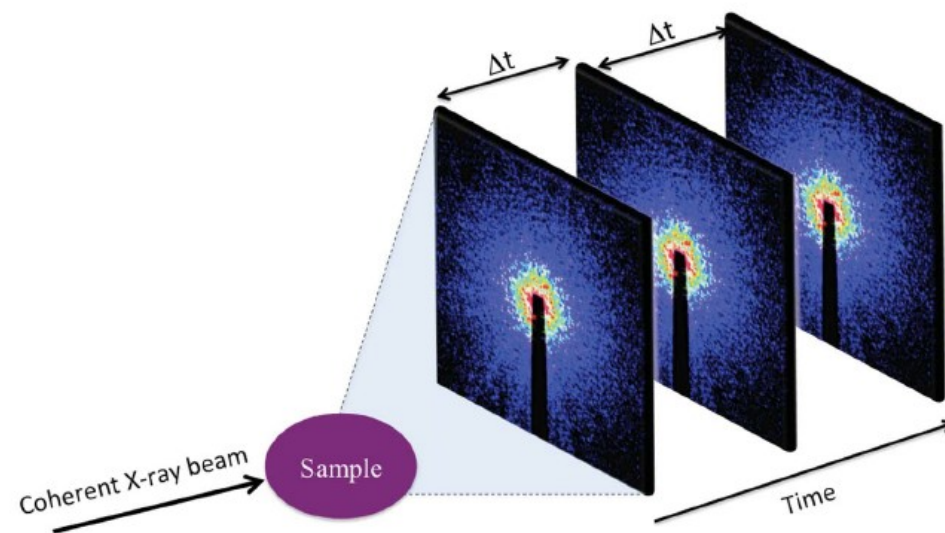
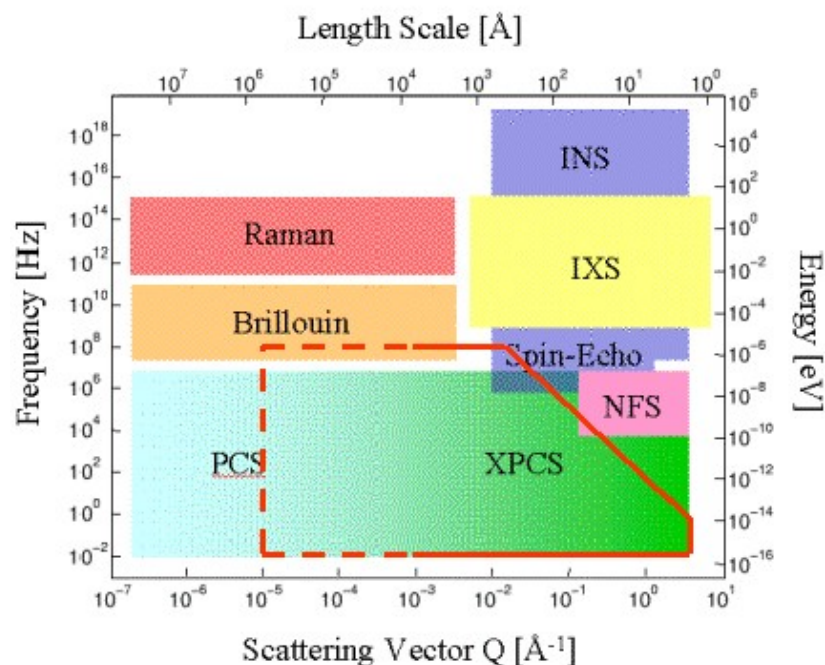
Dierolf et al., Nature 436, 467 (2010)

Ptychographie de Bragg et champ de déformation



Champ de déformation
autour de dislocations!

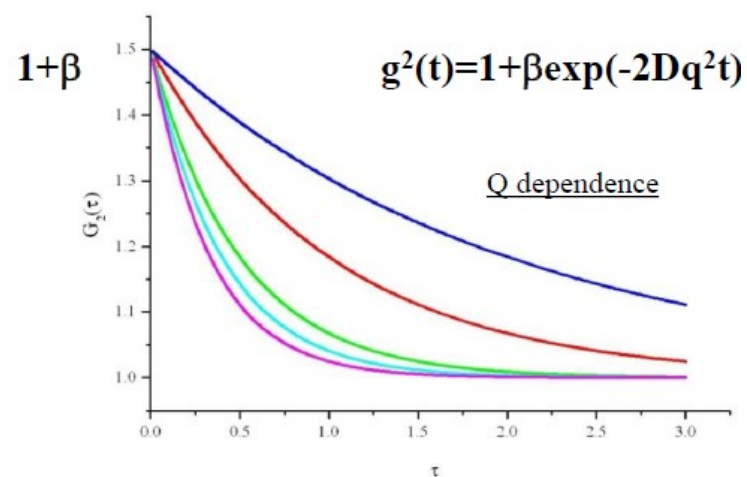
Etude de la dynamique temporelle de speckles: XPCS (X-ray Photon Correlation Spectroscopy)



Pour un processus de diffusion:

$$g^2(t) = \langle I(q, t) I(q, t + \tau) \rangle / \langle I(q) \rangle^2 = 1 + \beta \exp(-2Dq^2t)$$

β : degré de cohérence



Nouvelles opportunités offertes par les sources de dernière génération

- Introduction : quelles sont les quantités importantes à considérer pour la cohérence
- La cohérence: du point source au détecteur
- Utilisation des rayons X cohérents aujourd'hui
- Nouvelles opportunités offertes par les sources de dernière génération
 - Cohérence et nanofocalisation
 - Sources synchrotron de dernière génération: ultimate storage rings
 - Cohérence et temps résolu aux XFELs





Circumference	528 m
No. of long straight sections / no. of available ID straights	20 / 19
Injection	Full-energy top-up from MAX IV Linac
Stored current	500 mA
Horizontal emittance	~200 - 330 pm rad (depending on ID gap settings)
Vertical emittance	2 - 8 pm rad (depending on user demand)
Typical horizontal beam size at ID center	42 - 54 micron (depending on horizontal emittance)
Typical horizontal beam divergence at ID center	4.7 - 6.1 urad (depending on ID gap settings)
Typical vertical beam size at ID center	2 - 4 micron (depending on choice of vertical emittance)
Typical vertical beam divergence at ID center	1 - 2 urad (depending on choice of vertical emittance)

Caractéristiques machine

- **Emittance très faible**(divisée par ~10)
- **Très petites tailles de sources** (divisées par 10)
- **Sources plus brillantes**

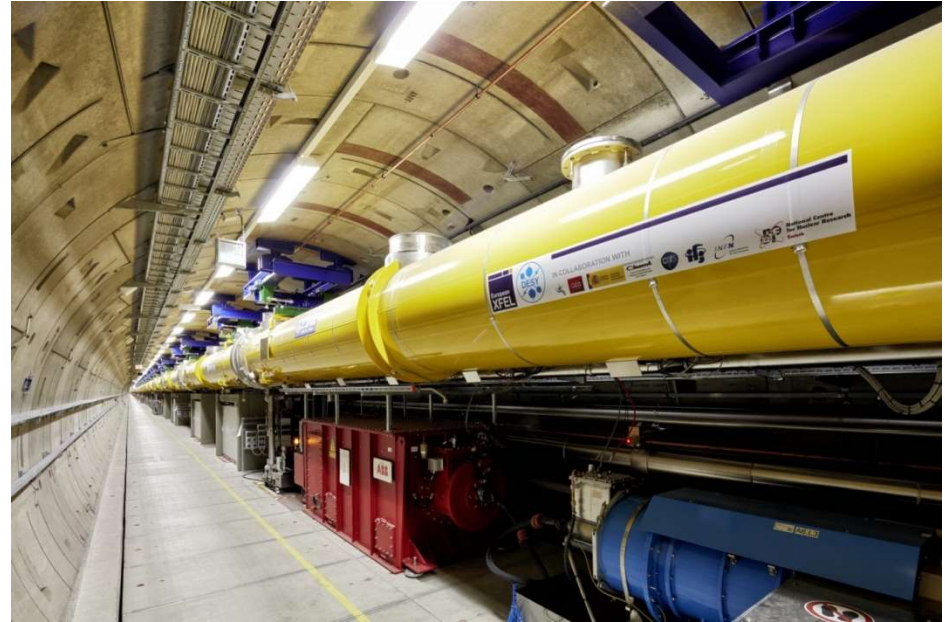
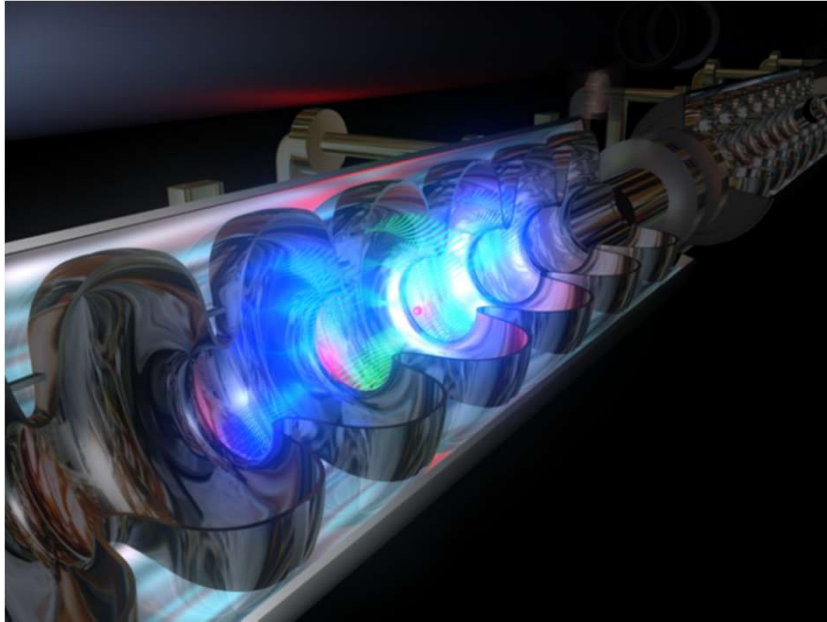
Techniques

COHERENCE

NANOFOCALISATION

TEMPS-RESOLU

Lasers X à électrons libres: Des sources naturellement cohérentes et à impulsions ultrabrèves



Complémentaires aux synchrotrons pour des études spécifiques

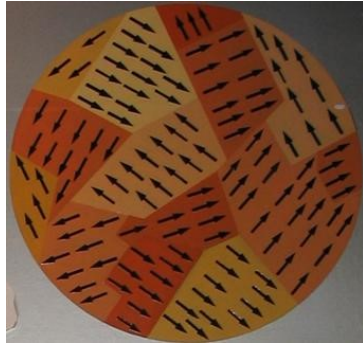
Avantages: brillance, structure temporelle fs

Inconvénient: Stabilité, dommage échantillons, accès limité

Propriétés combinables pour explorer la matière de manière inédite!

Imagerie

Objets de phase/Défauts



COHERENCE

$$\xi_T \sim \text{qq } 100\mu\text{m}$$

NANOFOCUS

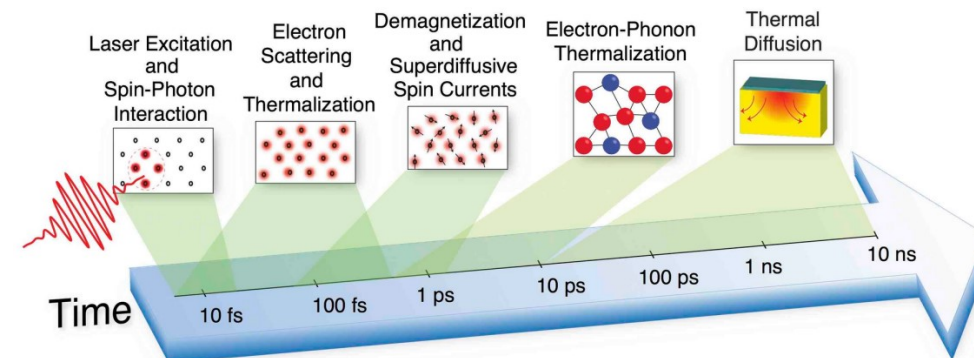
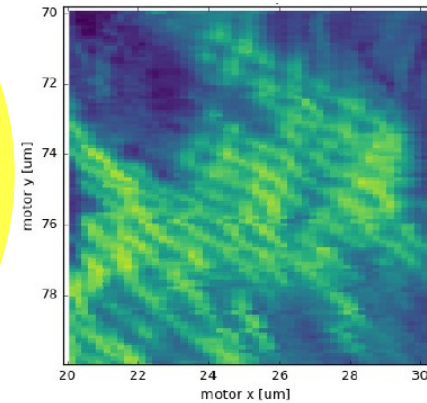
$$< 100\text{nm}$$

**ULTRASHORT
PULSES**

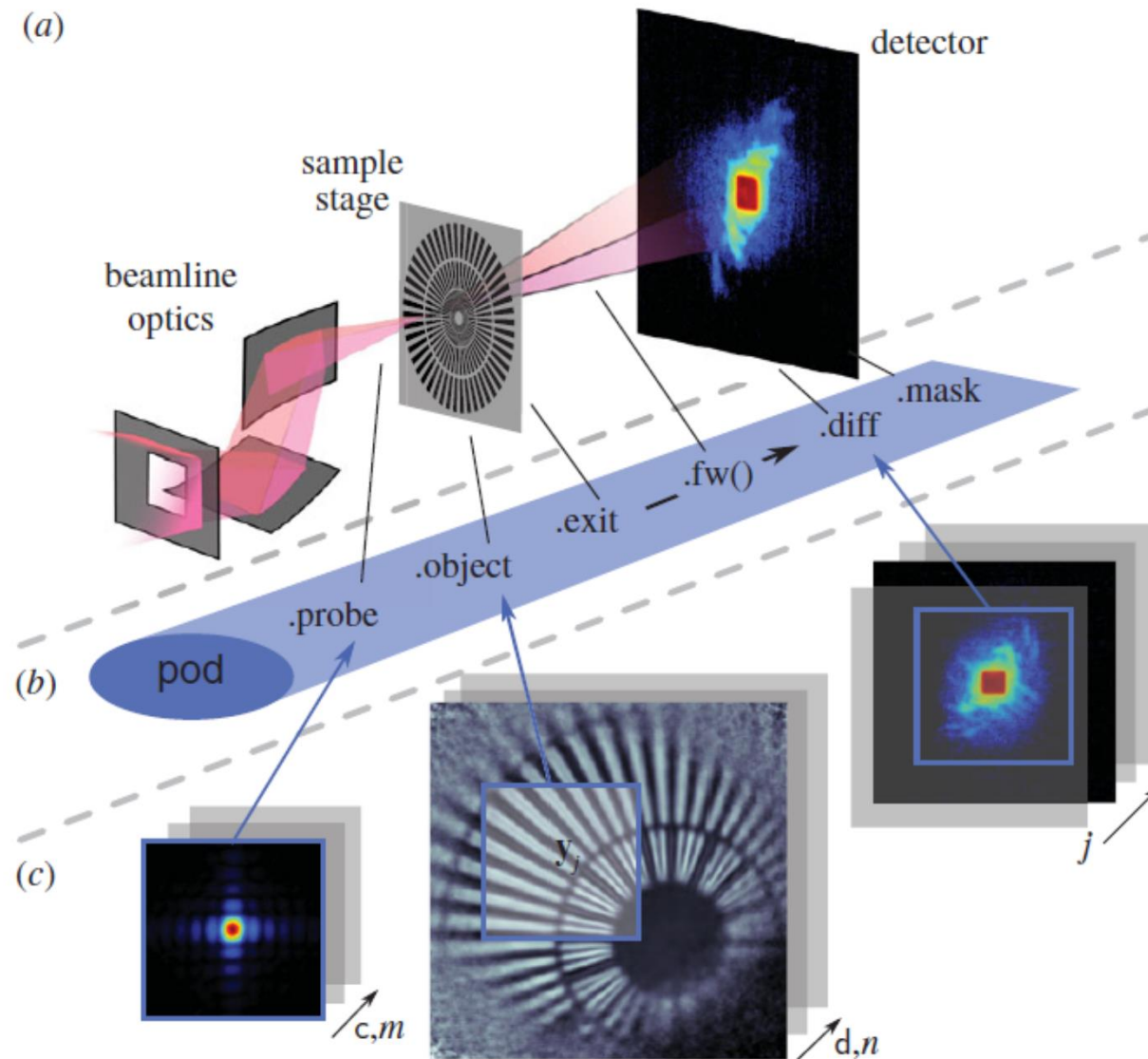
$$\Delta t \sim 100\text{fs}$$

Dynamique ultrarapide

Micro/Nano Structure

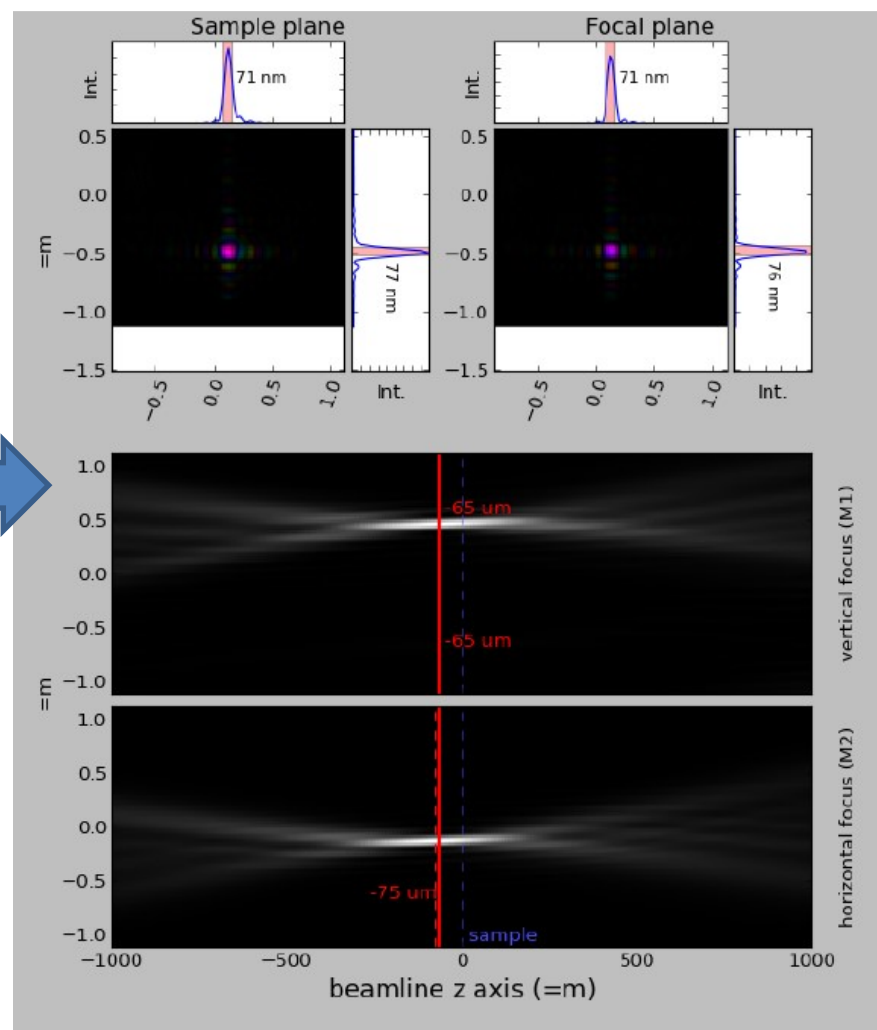
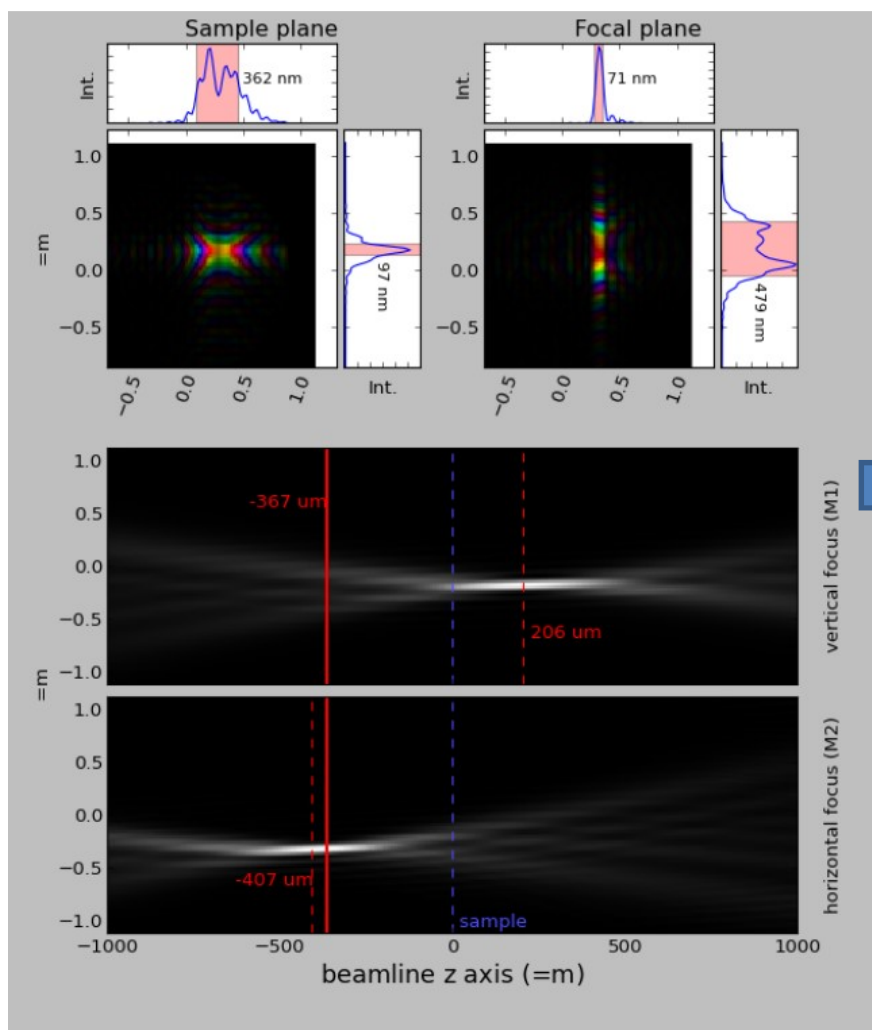


Montage de nanodiffraction X cohérent

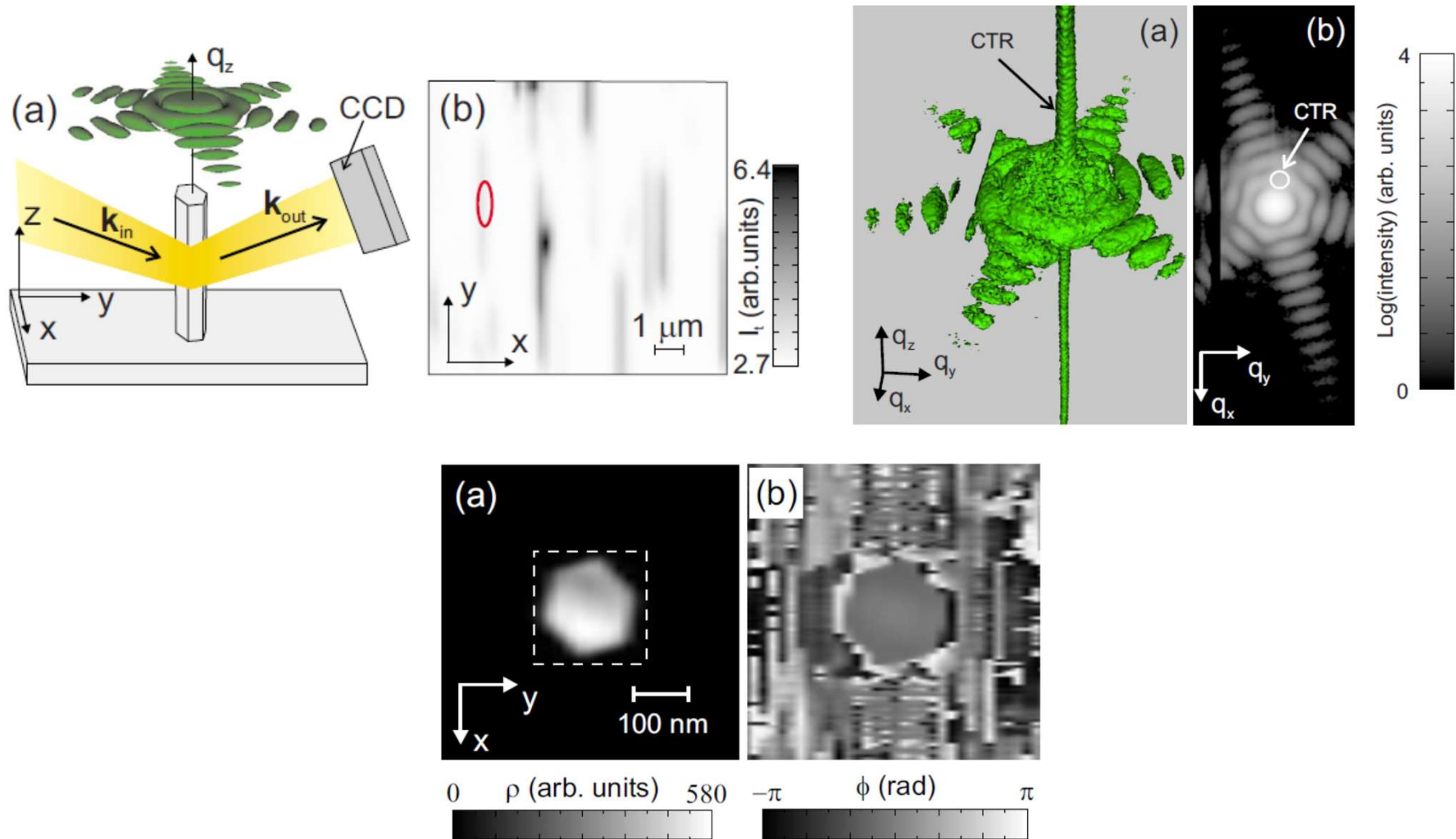


Reconstruction du profil phase et amplitude d'un faisceau focalisé par ptychographie

Correction d'astigmatisme, mesure de la taille et profil de phase du faisceau focalisé



Nanofils uniques de InAs sondés par nanodiffraction cohérente



Diaz A. et al., PRB 79, 125324 (2009)

Combiner cohérence, nanodiffraction, et temps résolu aux XFELs...

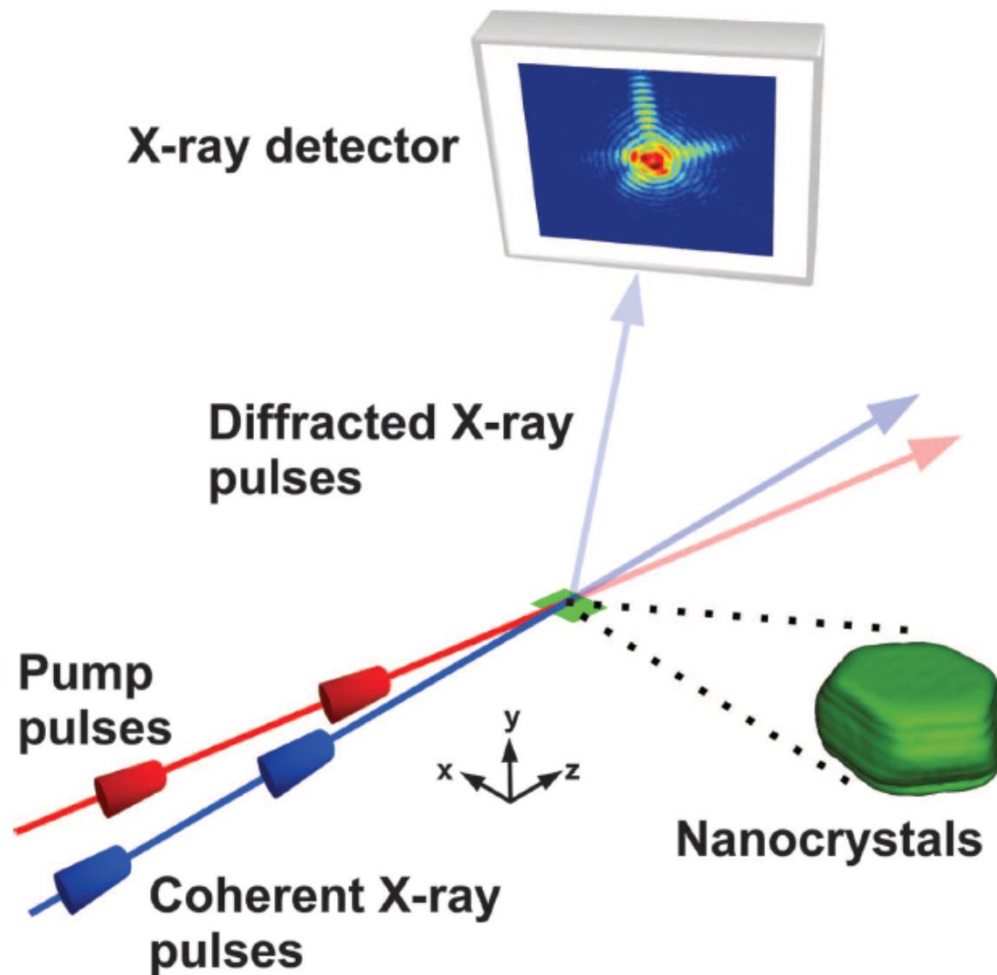


Ultrafast Three-Dimensional Imaging of Lattice Dynamics in Individual Gold Nanocrystals

J. N. Clark *et al.*

Science **341**, 56 (2013);

DOI: 10.1126/science.1236034



... Imagerie d'un phonon acoustique dans un nanocristal d'or

